

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КЛИНОВИДНОГО ДВУХМАССОВОГО ВИБРОРОБОТА В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

А.Н. Нуриев, О.С. Захарова

*Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Российская Федерация
Казанский филиал межведомственного суперкомпьютерного центра РАН, Казань, Российская Федерация*

В работе рассматривается поступательное движение двухмассовой механической системы, помещенной в вязкую несжимаемую жидкость. Система состоит из замкнутого клиновидного цилиндрического корпуса и подвижной внутренней массы, совершающей внутри него гармонические колебания вдоль продольной оси. Перемещения внутренней массы приводят в движение как саму систему, так и окружающую жидкость. В силу несимметрии формы корпуса при смещении вперед вершиной и вперед основанием вызывается различная реакция внешней среды и обеспечивается направленное поступательное движение системы в жидкости. Описанная механическая система имитирует виброробот – мобильное устройство, способное перемещаться в жидкости без подвижных внешних частей. Задача взаимодействия робота с вязкой жидкостью решается с использованием прямого численного моделирования. Исследования проводятся в диапазоне низких чисел Рейнольдса ($Re < 250$), в котором применима гипотеза о плоском ламинарном течении. Вычислительная схема реализуется в открытом пакете OpenFOAM. Полученные результаты показывают, что взаимодействие жидкости с корпусом имеет комплексный характер, обусловленный, прежде всего, переключением режимов течения жидкости. Структура течения, создаваемого роботом во внешней среде, в свою очередь, существенно влияет на характеристики движения, в том числе определяет его направление. Это приводит к появлению различных режимов движения робота при одинаковых параметрах колебания внутренней массы.

Ключевые слова: виброробот, численное моделирование, режимы движения, вязкая жидкость, уравнение Навье–Стокса, OpenFOAM

NUMERICAL SIMULATION OF THE MOTION OF A WEDGE-SHAPED TWO-MASS VIBRATION-DRIVEN ROBOT IN A VISCOUS FLUID

A.N. Nuriev and O.S. Zakharova

*Kazan Federal University, Kazan, Russian Federation
Kazan Branch of Joint Supercomputer Center of the Russian Academy of Sciences, Kazan, Russian Federation*

The translational motion of a two-mass mechanical system in a viscous incompressible fluid is considered. The system consists of a closed wedge-shaped body placed in a liquid and a movable internal mass oscillated harmonically inside the shell. The motion of the whole system is ensured by the periodic oscillations of the internal mass. The asymmetry in the shell shape generates different reactions of the fluid at different phases of motion (forward and backward), providing the directional translational motion of the system in the liquid. The described mechanical system simulates a vibration-driven robot – a mobile device able to move in the fluid without moving external parts. The problem of an interaction between the robot and the viscous fluid is solved using direct numerical simulation. Studies are carried out in a range of low Reynolds numbers ($Re < 250$), where the hypothesis of a plane-parallel laminar flow is applicable. A computational scheme is constructed on the basis of an open-source software package OpenFOAM. The results of this work show that the fluid-shell interaction is a complex phenomenon associated with switching between flow regimes. The flow structure formed by the robot motion has a strong influence on the characteristics of the movement, including the direction of the movement. Furthermore, the high nonlinearity of the processes leads to the formation of significantly different regimes of robot motion at the same parameters of internal mass oscillations.

Key words: vibration-driven robot, numerical simulation, motion regimes, viscous fluid, Navier–Stokes equations, OpenFOAM

1. Введение

Вибрационный принцип движения тел уже многие годы вызывает интерес у инженеров. Описания многочисленных устройств с вибрационным движителем появлялись в технической литературе еще в первой половине 20-го века (см. обзор [1]). В настоящее время вибрационное движение — это динамично развивающийся раздел прикладной механики и робототехники.

Началом активного этапа теоретических исследований движения виброробота можно считать появление работы Ф.Л. Черноусько [2]. Здесь виброробот моделируется как двухмассовая система, состоящая из замкнутого корпуса и подвижного внутреннего груза, помещенная в среду с сопротивлением. Перемещение системы как целого происходит за счет продольного периодического движения одного тела (внутренней массы) относительно другого (корпуса). Такой принцип передвижения представляется целесообразным для мини- и микророботов. Герметичность, отсутствие подвижных внешних частей (винтов, колес, гусениц и другого) — вот те свойства вибророботов, которые позволяют использовать их в технике для неразрушающего контроля миниатюрных объектов, таких как тонкостенные трубопроводы малого диаметра, а также в медицине, о чем упоминалось рядом авторов [3, 4].

Изучением вибрационных мобильных устройств (вибророботов) в настоящее время занимаются многочисленные отечественные и зарубежные коллективы под руководством Н.Н. Болотника, Т.Ю. Фигуриной, И.М. Зейдиса, С.Ф. Яцуна, А.Г. Егорова, К. Zimmermann, E. Papadopoulos, A. Fidlin,

К. Furuta, Н. Li, J.J. Thomsen [2–10] и другие. Технически такие механизмы реализуются в России (ИПМех РАН, Курский государственный технический университет), в Германии (Технический университет г. Ильменау), в Японии и других странах. При этом в большинстве случаев речь идет о прямолинейном движении вибрационных механизмов по шероховатой плоскости при наличии кулоновского трения. Но в последнее время проблема управления движением виброробота широко обсуждается в литературе применительно к другим законам сопротивления, в частности, к гидродинамическому сопротивлению. В этой связи особо можно выделить работы [9, 10]. В [9] решалась задача оптимизации движения робота при произвольной степенной зависимости сил сопротивления от скорости, в том числе квадратичной, которая часто используется как приближение для выражения сил сопротивления, возникающих при движении тела в ньютоновской жидкости. В работе [10] оптимизировалось движение виброробота в вязкой жидкости, закон сопротивления был сформулирован исходя из экспериментальных данных по обтеканию сферы вязкой жидкостью.

Однако все эти исследования проводились на аналитических моделях, ограниченных условием квазистационарности, когда сила сопротивления однозначно определяется скоростью движения корпуса. В действительности гидродинамические силы сопротивления движению корпуса в вязкой жидкости обуславливаются течениями, которые формируются телом в жидкости за все время его движения. В общем случае они не могут быть описаны исключительно в терминах мгновенной скорости, поскольку должна учитываться вся предыстория движения. В случае вязкой жидкости требуется отказ от упрощающего предположения о квазистационарности закона сопротивления и совместное решение механической и существенно нестационарной гидродинамической задач. Очевидно, что получить результаты, дающие адекватное представление о состоянии столь сложной динамической системы возможно только с помощью численных методов.

В настоящей работе изучается движение виброробота в вязкой жидкости на основе прямого численного моделирования течения, образующегося вокруг его корпуса. Предполагается, что корпус робота имеет клиновидную форму (поперечное сечение — равнобедренный треугольник), а закон движения внутренней массы носит гармонический характер. Задача решается в диапазоне низких чисел Рейнольдса в плоской постановке. Гармонический закон не является оптимальным с точки зрения эффективности движения. Однако несимметричная форма корпуса при движении вперед–назад обеспечивает различную реакцию внешней среды на разных фазах смещения робота и его направленное поступательное движение в жидкости. Целью работы является анализ взаимодействия виброробота с вязкой средой, законов движения корпуса робота при гармонических осцилляциях внутренней массы, а также структуры течения вокруг виброробота и ее влияния на величину гидродинамической силы, действующей на робот.

Численное моделирование движения производилось в пакете OpenFOAM [11, 12]. В расчетах задействовались оригинальные и модифицированные модули пакета. Вычисления осуществлялись на высокопроизводительных кластерах Казанского филиала Федерального межведомственного суперкомпьютерного центра РАН (г. Казань) и проекта UniHUB [13].

2. Постановка задачи

Рассмотрим систему, состоящую из двух твердых тел. Основное тело (обобщенный цилиндр) массой M — корпус, находится в вязкой несжимаемой жидкости, а внутри него тело массой m — внутренняя масса, совершает периодическое поступательное движение. Перемещения внутренней массы приводят всю систему в движение. Далее ограничимся исследованием случая, когда система движется вдоль линии смещений вперед–назад (оси колебаний) внутренней массы. Обозначим через u_M скорость корпуса, а через s и $v = \dot{s}$ — перемещение и скорость внутренней массы относительно корпуса. Уравнения движения внутренней массы m и корпуса M в неподвижной системе координат имеют вид:

$$m(\dot{u}_M + \dot{v}) = -G, \quad M\dot{u}_M = G + F. \quad (1)$$

Здесь: F — сила, действующая на тело со стороны жидкости; G — сила взаимодействия внутренней массы и корпуса. Исключая силу G из уравнения (1), нормируя скорость u на амплитуду U_0 скорости колебаний внутренней массы, а время t — на RU_0^{-1} , где R — характерный размер корпуса, получим основное уравнение движения двухмассовой системы в следующем виде:

$$\dot{u}_M = -\mu_2 \dot{v} + \mu_1 \frac{R^2}{S} F, \quad (2)$$

где μ_2 — отношение подвижной массы к полной массе виброробота ($\mu_2 = M/(M + m)$); μ_1 — отношение массы вязкой жидкости M_f , занимающей тот же объем, что и виброробот, к массе виброробота

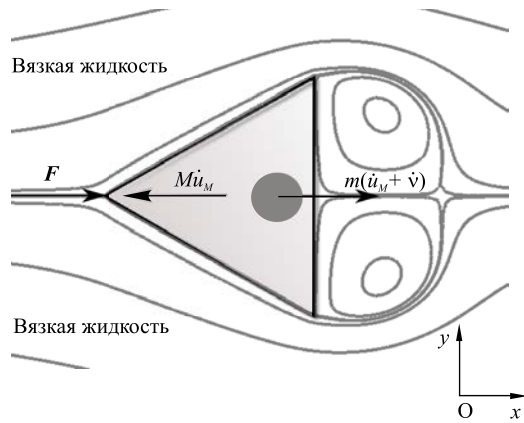


Рис. 1. Схема движения

безразмерного параметра через амплитуду U_0 скорости внутренней массы связано с тем, что характерная скорость корпуса является неизвестной.

Для численного решения данной задачи целесообразно перейти в подвижную систему координат, связанную с вибророботом. Для сохранения основной системы уравнений движения жидкости в форме (3) определим давление как $p = \tilde{p} + x\dot{v}$. Здесь первое слагаемое — давление в неподвижной системе координат, а второе — вклад от инерциальных составляющих, \dot{v} — ускорение подвижной системы координат.

На границе виброробота в подвижной системе координат зададим условия прилипания:

$$u|_c = v|_c = 0. \quad (4)$$

Для записи условий на бесконечности установим ускорение подвижной системы координат. Для этого перейдем в уравнении (2) в подвижную систему координат, связанную с корпусом робота. Поскольку ускорение в неподвижной системе состоит из ускорения в подвижной системе координат и ускорения самой системы координат, то имеем:

$$\dot{u}|_\infty = \mu_2 \dot{v} - \mu_1 \frac{R^2}{S} F, \quad \dot{v}|_\infty = 0. \quad (5)$$

В предположении о потенциальном течении жидкости на бесконечности можно получить условие для давления:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_\infty = -\dot{u}|_\infty. \quad (6)$$

Вычисление сил, действующих на виброробот со стороны вязкой жидкости, в безразмерной постановке производится по формуле:

$$F_p = \int_S p n ds - \int_S \bar{\sigma} \cdot n ds,$$

где $\bar{\sigma}$ — тензор вязких напряжений; S — поверхность виброробота; n — внешняя нормаль к поверхности виброробота.

Найденный таким образом вектор силы F_p можно разложить на составляющие: вертикальную F_y — подъемную силу, и горизонтальную F_x — сумму силы вязкого сопротивления и инерциальных сил. Инерциальные силы появляются вследствие ускорения жидкости и состоят из двух частей: силы инерции присоединенных масс, возникающей из-за локального ускорения вблизи цилиндра, и силы Фруда–Крылова, которая связана с градиентом давления, создаваемым в жидкости для моделирования осциллирующего потока. Величину силы Фруда–Крылова для обсуждаемого случая можно вычислить по формуле:

$$F_{fk} = \int_S x \dot{v} n ds. \quad (7)$$

($\mu_1 = M_f / (M + m)$); S — площадь поперечного сечения корпуса (Рис. 1).

Для описания движения жидкости вокруг виброробота используем систему уравнений Навье–Стокса. Нормируя пространственные координаты, время и скорость, соответственно, на R , RU_0^{-1} , U_0 , запишем определяющую систему уравнений в декартовой системе координат как

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \cdot \nabla U = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \Delta U, \quad \nabla \cdot U = 0, \quad (3)$$

где $U = (u, v)$ — безразмерная скорость; p — безразмерное давление; $\text{Re} = U_0 R / \nu$ — число Рейнольдса. Отметим, что представление этого

С учетом (7) условие на бесконечности (6) может быть переписано в виде:

$$\dot{u}|_{\infty} = \mu_2 \dot{v} - \mu_1 \frac{R^2}{S} (F_x - F_{fk}). \quad (8)$$

Система уравнений (3), (4), (8) полностью описывает движение виброробота произвольной формы в вязкой жидкости (и движение жидкости вокруг виброробота) при заданном законе движения внутренней массы. Далее будем рассматривать движение виброробота клиновидной формы (цилиндра с треугольным равносторонним профилем поперечного сечения) в жидкости при гармонических осцилляциях внутренней массы:

$$s = -\varepsilon \cos(\varepsilon^{-1}t),$$

где ε — безразмерная амплитуда колебаний. Ограничимся диапазоном невысоких чисел Рейнольдса, в котором справедлива гипотеза о плоском ламинарном течении вокруг корпуса. Данный диапазон характерен для устройств малых (микро) размеров.

3. Численная модель

3.1. Пространственная и временная дискретизация

Численное решение задачи производится в пакете OpenFOAM. В качестве расчетной области в декартовой системе координат $Oxyz$ берется прямоугольный параллелепипед размерами $x \times y \times z = 50 \times 30 \times 1$, внутри которого помещен клиновидный цилиндр. Ребра параллелепипеда параллельны осям, а плоскость течения параллельна плоскости Oxy . Выбор трехмерной области для моделирования плоского течения обуславливается особенностью программного обеспечения.

Для дискретизации расчетной области применяются структурированные блочные сетки, построенные с помощью утилиты blockMesh, входящей в состав OpenFOAM. Область разбивается на непересекающиеся ячейки, имеющие форму шестигранников. В направлении оси Oz сетка состоит из одной ячейки, так как в силу двумерности задачи течение в этом направлении отсутствует.

В расчетах используются три сетки ($m1$, $m2$, $m3$) с различным количеством ячеек. В таблице 1 приведены параметры сеток: n — общее число ячеек; V_m — минимальный объем ячеек в пограничном слое цилиндра; N_m — количество ячеек на границе цилиндра; V_{max} — максимальный объем ячеек. Также здесь представлены экстремальные значения локальных характеристик сеток, влияющих на точность аппроксимации (определенные в соответствии с документацией пакета [12]): скошенность M_s , неортогональность M_n и равномерность M_u .

Таблица 1. Параметры расчетных сеток

Сетка \ Параметры	n	N_m	V_m	V_{max}	M_n	M_s	M_u
$m1$	$6,0 \cdot 10^4$	133	$2,7 \cdot 10^{-4}$	0,49	30	0,36	0,46
$m2$	$1,3 \cdot 10^5$	200	$1,2 \cdot 10^{-4}$	0,22	30	0,36	0,46
$m3$	$2,9 \cdot 10^5$	300	$5,3 \cdot 10^{-5}$	0,10	30	0,36	0,46

Дискретизация системы уравнений движения жидкости в пакете OpenFOAM производится по методу конечных объемов (FVM) в декартовой системе координат. При этом составляющие скорости и давления локализуются в центрах ячеек расчетных сеток. Вычисление объемных интегралов по контрольному объему осуществляется с помощью общей процедуры Гаусса. Для аппроксимации градиента давления в расчетах применяется линейная интерполяция. Переменные в конвективных слагаемых интерполируются по нелинейной NVD (normalised variable diagram) схеме “Gamma”, предложенной в работах [14, 15]. В диффузионных слагаемых при дискретизации оператора Лапласа нормальные градиенты скорости на поверхности ячейки аппроксимируются с помощью симметричной схемы второго порядка с поправкой на неортогональность [15, 16]. По времени система уравнений дискретизируется согласно неявной схеме Эйлера. Детали реализации выше представленных схем описаны в работе [17].

Чтобы получить замкнутую постановку задачи, необходимо исходя из уравнений (4), (6), (8) сформулировать граничные условия для используемой расчетной области. Поскольку дальнейшее решение имеет в основе подход segregated approach — раздельное решение уравнений относительно скорости

и давления, то на каждой границе следует определить три условия: для дискретных давлений и двух компонент скоростей.

На входной и выходной границах области зададим неотражающие граничные условия вида:

$$\begin{cases} u = u_\infty, & \partial p / \partial x = -\dot{u}_\infty, & u_0 > 0, \\ \partial u / \partial x = 0, & p = -\dot{u}_\infty x, & u_0 \leq 0, \\ v = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Они скомбинированы из условий (6), (8) на бесконечно удаленной границе. Условия зависят от переменной u_0 , устанавливающей направление потока относительно внешней нормали к границе.

На верхней и нижней границах области поставим условия проскальзывания

$$\partial p / \partial y = 0, \quad \partial u / \partial y = 0, \quad v = 0,$$

на границе цилиндра — условия прилипания для скорости

$$u = v = 0$$

и условие для давления

$$\partial p / \partial n = 0.$$

На передней и задней гранях параллелепипеда зададим специальные «пустые» граничные условия, предусмотренные в пакете для случаев, когда вычисления в обозначенном направлении не совершаются.

В качестве начальных условий задачи во всей расчетной области используются значения скоростей и давления, соответствующие невозмущенному потоку.

3.2. Итерационная схема

Решение дискретизованной задачи осуществляется на основе метода PISO [18], реализованного в модуле isoFoam пакета OpenFOAM. На каждой временной итерации алгоритма формируются дополнительные шаги, отвечающие за обновление граничных условий (9). Обновление производится по схеме предиктор с отложенной коррекцией. Результирующая итерационная схема для вычисления значений дискретных неизвестных на j -м временном слое имеет последовательность:

1. Вычисляется предиктор для ускорения подвижной системы координат:

$$\dot{w}_p^j = 2\dot{w}^{j-1} - \dot{w}^{j-2}.$$

2. Определяются граничные условия на входной и выходной границах по формуле (9), где ускорение является суммой предиктора и корректора для старого временного слоя, а скорость находится с помощью направленной разности второго порядка точности:

$$\dot{u}_\infty^j = -\dot{w}_p^j + \dot{w}_c^{j-1}, \quad u_\infty^j = (-2\dot{u}_\infty^j dt + 4u_\infty^{j-1} - u_\infty^{j-2})/3.$$

3. Решаются уравнения движения жидкости (3) по методу PISO, рассчитывается сила F_x , действующая со стороны жидкости на виброробот.

4. По найденной силе устанавливается реальное ускорение системы:

$$\dot{w}^j = -\mu_2 \dot{v}^j + \mu_1 \frac{R^2}{S} F^j.$$

5. Отыскивается корректор

$$\dot{w}_c^j = \dot{w}_p^j - \dot{w}^j.$$

Результаты коррекции используются для вычисления давления в методе PISO. Система уравнений для давления решается методом сопряженных градиентов (PCG) с геометро-алгебраическим многосеточным преобуславливателем (GAMG). В реализации GAMG применяется метод Гаусса–Зейделя с одной пререлаксацией и двумя пострелаксациями для сглаживания, а также алгоритм faceAreaPair [19]

для агломерации ячеек сетки. Системы уравнений для компонент скорости разрешаются методом бисопряженных градиентов (PBiCG) с предиктором на основе неполной LU факторизации. Все расчеты выполняются в соответствии с технологией MPI и методом декомпозиции расчетной области.

3.3. Верификация численной схемы

Для верификации расчетных сеток и схем дискретизации была выполнена серия вспомогательных расчетов по обтеканию неподвижного клиновидного цилиндра стационарным потоком вязкой жидкости со стороны вершины. Расчеты проводились в низкорейнольдсовом диапазоне $30 < Re_s < 200$, характерном для движения виброробота. Здесь число Рейнольдса Re_s вычислялось по скорости набегающего потока. Основные интегральные характеристики течения представлены в таблице 2, где C_d — коэффициент сопротивления, St — число Струхала, построенное по частоте срыва вихрей. Данные для всех значений числа Рейнольдса получены на трех разных сетках $m1$, $m2$, $m3$. В двух последних столбцах таблицы приведены данные, принадлежащие другим исследователям. Результаты тестовых расчетов позволяют говорить о сеточной сходимости, при этом все три испытываемые сетки позволяют достаточно хорошо разрешать характерные особенности течения в рассматриваемом диапазоне чисел Рейнольдса. Расчетные данные хорошо согласуются с результатами других авторов.

Таблица 2. Интегральные характеристики течения вокруг клиновидного цилиндра

Re_s	Результаты расчетов			Данные других авторов	
	$m1$	$m1$	$m1$	[20]	[21]
	C_d / St				
30	1,694 / –	1,694 / –	1,694 / –	$\approx 1,656 / –$	1,695 / –
50	1,531 / 0,144	1,531 / 0,144	1,531 / 0,151	$\approx 1,530 / 0,128$	1,579 / 0,150
70	1,589 / 0,174	1,589 / 0,174	1,590 / 0,174	1,594 / 0,166	1,631 / 0,174
100	1,748 / 0,199	1,747 / 0,199	1,745 / 0,197	$\approx 1,638 / 0,183$	1,739 / 0,199
150	1,855 / 0,204	1,857 / 0,203	1,862 / 0,195	$\approx 1,834 / 0,205$	1,871 / 0,201
200	1,896 / 0,191	1,894 / 0,190	1,891 / 0,183	$\approx 2,000 / 0,208$	1,934 / 0,196

4. Результаты численного эксперимента

4.1. Характеристики движения

Расчеты выполнялись в диапазоне чисел Рейнольдса $50 < Re < 250$ для следующей комбинации управляющих параметров: $\mu_1 = 0,06$, $\mu_2 = 0,61$, $\varepsilon = H$, где $H = \sqrt{0,75}$ — безразмерная высота робота, при разных начальных приближениях, определяемых скоростью набегающего потока в момент времени $t = 0$. Для оценки устойчивости режимов в течение вносились возмущения по методу Мартинеса [22].

В принятом диапазоне чисел Рейнольдса было обнаружено четыре устойчивых направленных режима движения виброробота. Для описания этих режимов удобно ввести следующие характеристики движения: среднюю скорость движения — U_a , и показатель эффективности движения — η , который отражает энергетические затраты на движение тела с помощью внутреннего движителя. Обозначая угловыми скобками среднее по периоду, представим эти параметры следующим образом:

$$U_a = \langle U \rangle, \quad \eta = \frac{N_0}{N_{vbr}}.$$

Здесь $N_0 = N(\langle U \rangle)$ — минимальная мощность, необходимая для движения тела со скоростью U_a (величины N_0 для разных значений параметра Re получены по данным вспомогательных расчетов), $N_{vbr} = N(U)$ — мощность, затрачиваемая при движении виброробота с этой скоростью.

Изменения характеристик движения виброробота с ростом числа Рейнольдса при разных режимах представлены на рисунке 2. В зоне малых чисел Рейнольдса ($Re < 170$) наблюдается единственный периодический симметричный относительно оси колебаний режим S, которому отвечает направленное движение робота в положении вперед вершиной. Рост нелинейности закона сопротивления среды в этом диапазоне приводит с увеличением числа Рейнольдса к росту как средней скорости, так и показателя эффективности движения виброробота. При $Re > 170$ одновременно с базовым режимом S появляется

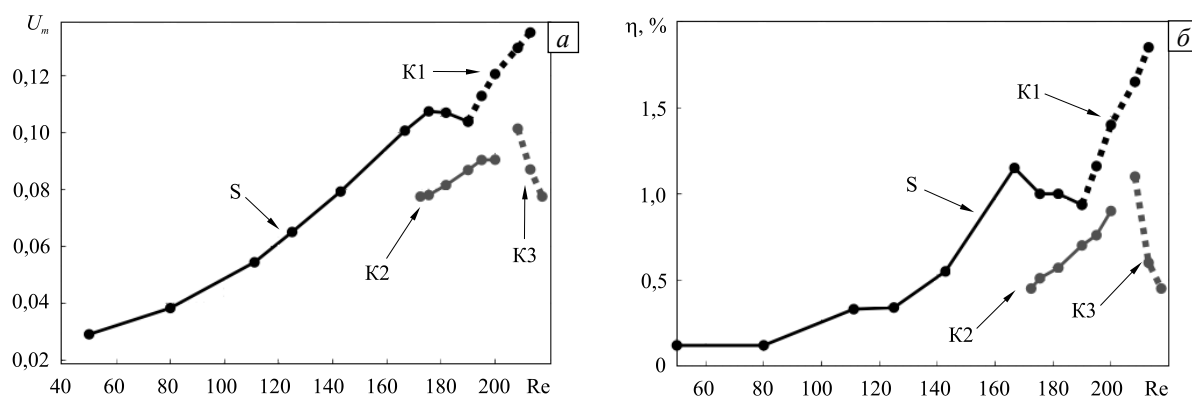


Рис. 2. Зависимости от числа Рейнольдса средней скорости (а) и эффективности (б) движения в различных режимах; маркерами отмечены точки расчетов

квазипериодический режим K2, в котором реализуется противоположно-направленное движение — движение вперед основанием. Таким образом, возникает гистерезис режимов. Переход в тот или иной режим зависит от начальных параметров движения робота: при положительной начальной средней скорости устанавливается базовый периодический режим S, при отрицательной — режим K2. Значения характеристик движения робота в режиме K2 меньше, чем в режиме S. Однако с ростом числа Рейнольдса в K2 также наблюдается положительная динамика — увеличивается средняя скорость и эффективность движения. Режим K2 теряет устойчивость при $Re \approx 200$.

В окрестности $Re = 190$ базовый режим S превращается в квазипериодический несимметричный режим K1. Переход, сопряженный с кризисом по основным показателям движения, особенно хорошо заметен на графике изменения коэффициента эффективности (Рис. 2б). Рост характеристик движения возобновляется, когда режим K1 полностью устанавливается. В этом режиме движение максимально эффективно: $\eta \approx 1,85\%$ при $Re \approx 215$. При больших значениях числа Рейнольдса режим K1 становится неустойчивым.

Вблизи $Re = 210$ одновременно с режимом K1 появляется другой квазипериодический режим — K3. При $Re > 215$ он становится единственным устойчивым режимом. В режиме K3 наблюдается стремительное падение характеристик движения по мере роста числа Рейнольдса.

4.2. Гидродинамика течений вблизи робота

Рассмотрим более подробно гидродинамику течения в окрестности робота при основных режимах движения.

Режим S. Это базовый периодический режим, в котором течение обладает симметрией относительно оси колебаний. Картины течения вокруг робота за один период движения (T), визуализированные с помощью невесомых частиц, представлены на рисунке 3. Здесь изображены частицы, которые прошли

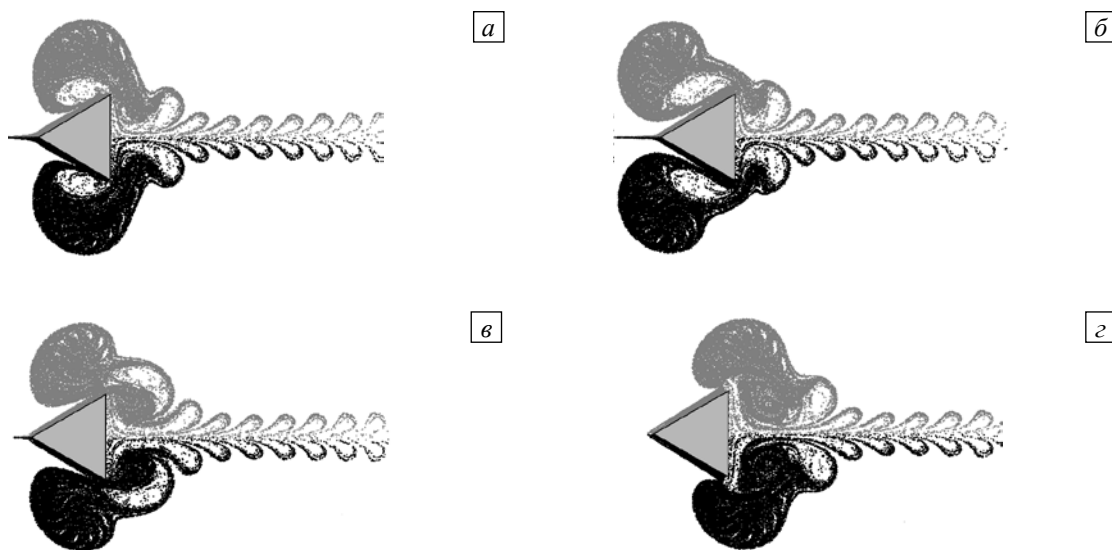


Рис. 3. Мгновенные картины течения в базовом режиме S за период движения при $Re = 111$ в моменты времени t/T : $1/4$ (а), $1/2$ (б), $3/4$ (в), 1 (г); течение визуализировано с помощью невесомых частиц

через 80 точек, находящихся вблизи верхней и нижней грани цилиндра. След, образуемый частицами с верхней грани, окрашен в серый цвет, след из частиц с нижней грани — в черный цвет. По оставляемым следам хорошо видно направление движения — справа налево, то есть робот смещается в положении вперед вершиной. За каждый полупериод с цилиндра сбрасываются два симметричных противоположно вращающихся вихря; на следующем полупериоде, при возвратном движении робота (в положении вперед основанием), вихри сталкиваются с корпусом и исчезают.

Изменение скорости тел двухмассовой системы со временем представлено на рисунке 4. Скорость колебаний корпуса вследствие доминирования инерциальной составляющей силы, действующей на него, содержит преимущественно косинус-гармонику. Вязкая составляющая, в свою очередь, ответственна в процессе установления режима за формирование ненулевой средней скорости движения, которая при $Re = 111$ принимает значение $U = 0,055$. С увеличением числа Рейнольдса наблюдается незначительный рост амплитуды скорости колебаний корпуса. При заданных параметрах она изменяется на отрезке $[0,573; 0,576]$.

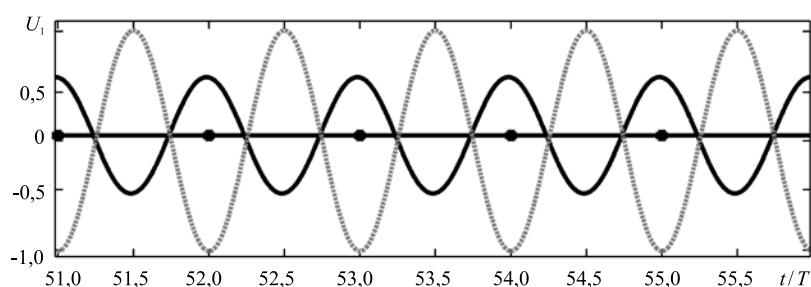


Рис. 4. Скорость тел двухмассовой системы при $Re = 111$; пунктирная линия – скорость внутренней массы, сплошная линия – скорость корпуса, линия с круглыми маркерами – средняя скорость движения корпуса за период

Режим K2. При $Re \approx 170$ появляются два возможных устойчивых режима движения. Робот, помимо движения в режиме S, может перемещаться в жидкости в квазипериодическом режиме K2, характеризуемом несимметричным вихреобразованием вокруг корпуса. Видимая картина этого квазипериодического несимметричного режима представлена на рисунке 5. Это единственный обнаруженный режим, при котором робот совершает устойчивое направленное движение в положении вперед основанием. При этом в окрестности основания формируется сложная вихревая структура, которая, вероятно, снижает сопротивление при таком движении робота. Полный период движения составляет приблизительно 12 циклов колебаний внутренней массы. Изменение средней скорости корпуса (средней по циклу колебаний внутренней массы) за полный период показано на рисунке 6. Как видно, амплитуда колебаний средней скорости имеет небольшие значения.

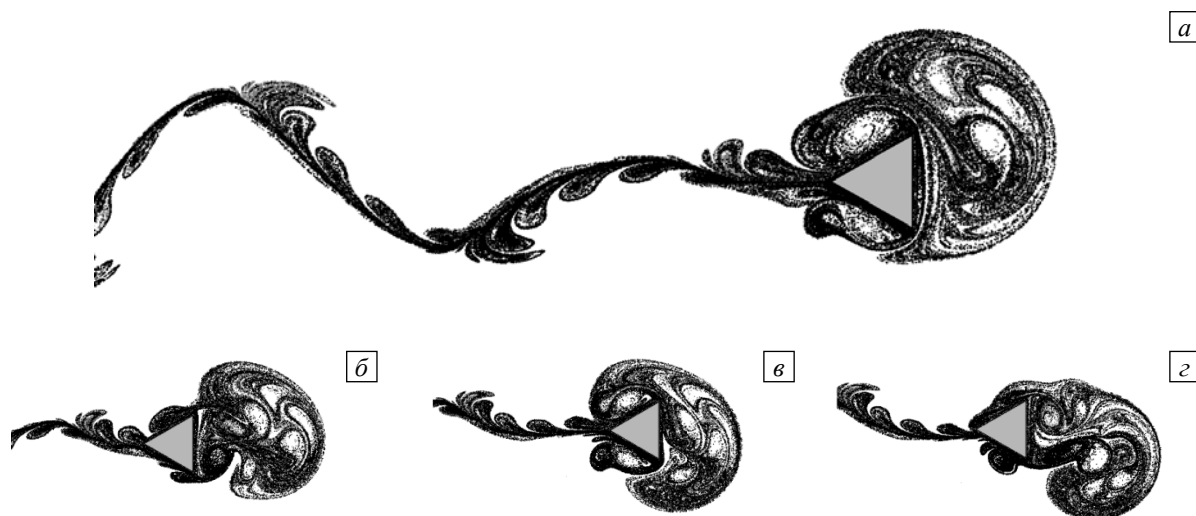


Рис. 5. Мгновенные картины течения в режиме K2 за полупериод движения при $Re = 175$ в моменты времени $t/T : 0$ (a), $1/8$ (б), $1/4$ (в), $3/8$ (г); течение визуализировано с помощью невесомых частиц

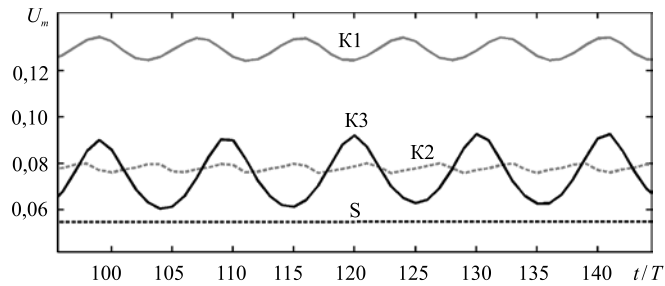


Рис. 6. Средняя скорость за период колебаний корпуса для различных режимов движения при соответствующих значениях числа Рейнольдса: S ($Re = 111$), K1 ($Re = 208$), K2 ($Re = 175$), K3 ($Re = 217$)

Режим K1. Режим K1 приходит на смену режиму S при достижении $Re \approx 190$. Разрушается симметрия базового течения, появляется квазипериодичность. Сброс вихревых структур в режиме K1 происходит исключительно с одной грани клиновидного цилиндра. На рисунке 7 представлен режим с нижним сбросом. Аналогичным образом реализуется режим движения с верхним сбросом вихрей; общая картина течения при этом зеркальна относительно горизонтальной плоскости. Преобладание верхних или нижних вихревых структур определяются внесенными в начальный момент времени искусственными возмущениями. В следе за роботом образуются крупные супервихри, смещенные в одну сторону относительно оси колебаний робота. Супервихрь формируется за один полный период движения корпуса, который составляет приблизительно 8 циклов колебаний внутренней массы (см. Рис. 6).

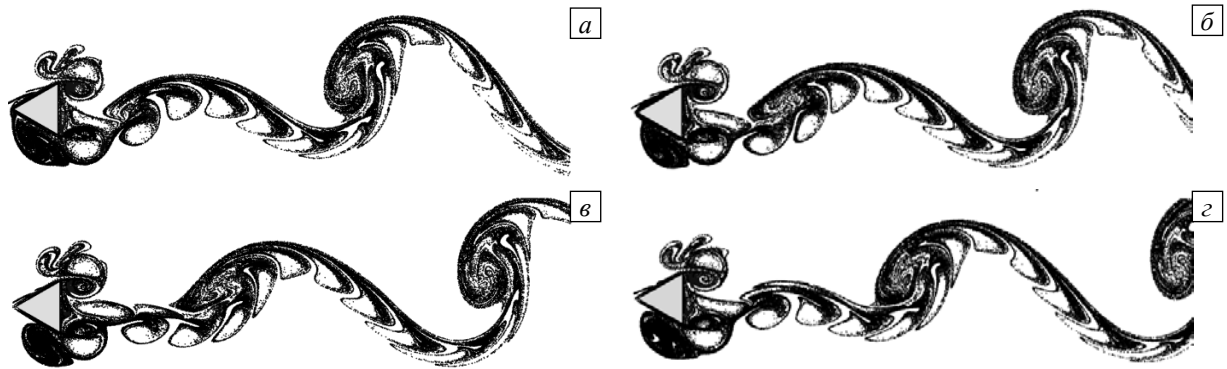


Рис. 7. Мгновенные картины течения в режиме K1 за период движения при $Re = 208$ в моменты времени t/T : $1/4$ (а), $1/2$ (б), $3/4$ (в), 1 (г); течение визуализировано с помощью невесомых частиц

Режим K3. Наиболее сложная структура течения вокруг робота наблюдается в режиме K3, который реализуется в диапазоне $210 < Re < 220$. Полный период движения составляет приблизительно 20 циклов колебаний внутренней массы. За роботом формируется широкий вихревой след, состоящий из супервихрей. Каждый такой вихрь образуется за половину периода движения робота. Супервихри располагаются в шахматном порядке относительно оси колебаний робота (Рис. 8). При числах Рейнольдса $Re > 220$ структура течения, отвечающая режиму K3, начинает стремительно разрушаться. Локализовать другие периодические или квазипериодические режимы течения при больших числах Рейнольдса не удалось.

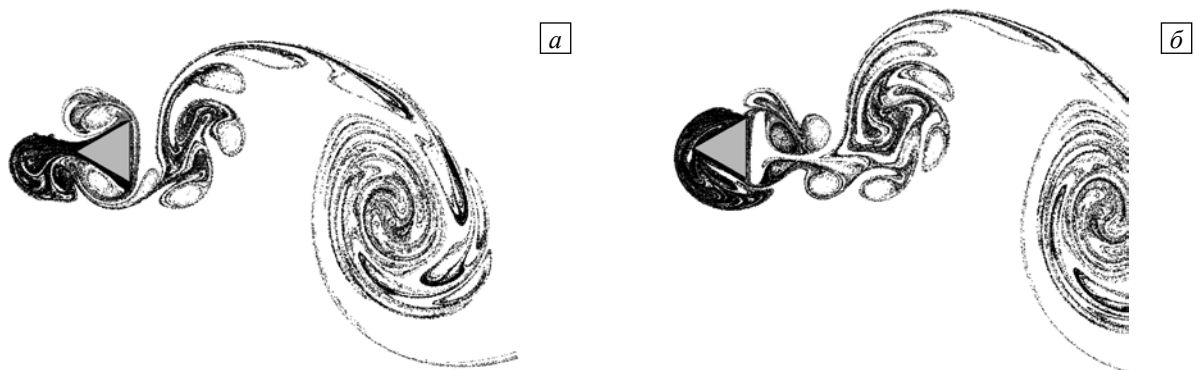


Рис. 8. Мгновенные картины течения в режиме K3 за полупериод движения при $Re = 217$ в моменты времени t/T : 0 (а), $1/8$ (б), $1/4$ (в), $3/8$ (г); течение визуализировано с помощью невесомых частиц

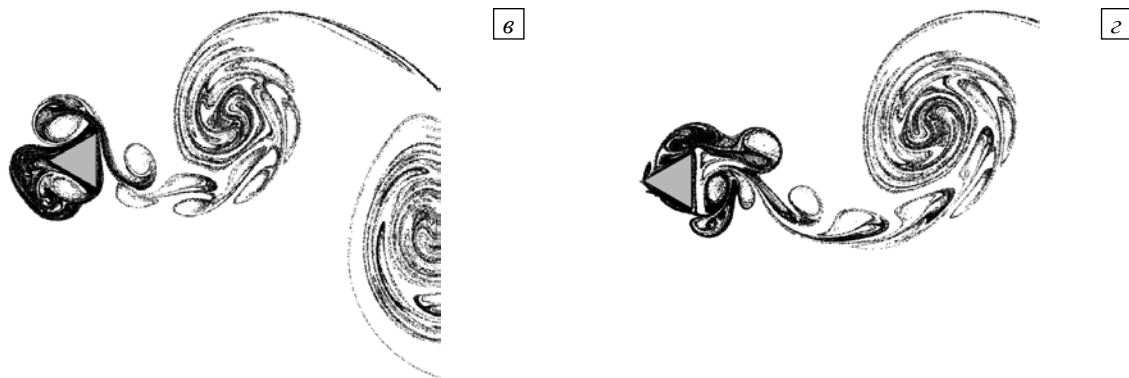


Рис. 8. Продолжение

5. Заключение

В ходе исследований движения клиновидного виброробота в вязкой жидкости при гармонических осцилляциях внутренней массы, проведенных в работе, были получены следующие основные результаты:

1. Выбранная форма корпуса при заданном законе движения внутренней массы позволяет обеспечить направленное устойчивое движение двухмассового виброробота в вязкой жидкости в диапазоне чисел Рейнольдса $50 < Re < 250$.
2. Обнаружен гистерезис режимов движения. Направление смещения при числах Рейнольдса $Re > 170$ определяется начальными условиями, в зависимости от которых могут реализоваться различные устойчивые режимы поступательного движения робота в положении как вперед вершиной, так и вперед основанием, обладающие различной эффективностью.
3. Большинство наблюдаемых режимов течения относится к разряду квазипериодических, то есть полный период движения робота равняется нескольким периодам колебаний внутренней массы. При этом базовый периодический режим течения переходит в квазипериодический при $Re > 190$.
4. Максимальная эффективность движения при заданных параметрах не превышает 1,85%. Это значение достигается в квазипериодическом режиме K1 при числе Рейнольдса $Re = 210$. Режимы, локализованные при больших числах Рейнольдса, являются менее эффективными.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 14-01-31230-мол_а, 15-01-06029-а).

Литература

1. Гулия Н.В. Инерция. – М.: Наука, 1982. – 150 с.
2. Черноусько Ф.Л. О движении тела, содержащего подвижную внутреннюю массу // ДАН. – 2005. – Т. 405, № 1. – С. 56-60.
3. Черноусько Ф.Л. Анализ и оптимизация движения тела, управляемого посредством подвижной внутренней массы // ПММ. – 2006. – Т. 70, № 6. – С. 915-941. (English version DOI).
4. Черноусько Ф.Л. Оптимальные периодические движения двухмассовой системы в сопротивляющейся среде // ПММ. – 2008. – Т. 72, № 2. – С. 202-215. (English version DOI).
5. Болотник Н.Н., Фигурин Т.Ю., Черноусько Ф.Л. Оптимальное управление прямолинейным движением системы двух тел в сопротивляющейся среде // ПММ. – 2012. – Т. 76, № 1. – С. 3-22. (English version DOI).
6. Болотник Н.Н., Фигурин Т.Ю. Оптимальное управление прямолинейным движением твердого тела по шероховатой плоскости посредством перемещения двух внутренних масс // ПММ. – 2008. – Т. 72, № 2. – С. 216-229. (English version DOI).
7. Zimmermann K., Bohm V., Zeidis I. Vibration-driven mobile robots based on magneto-sensitive elastomers // IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), 3-7 July, 2011. – P. 730-735. DOI
8. Akbarimajd A., Sotoudeh N. Design and motion analysis of vibration-driven small robot Rizeh // Adv. Robotics. – 2014. – Vol. 28, no. 2. – P. 105-117. DOI
9. Егоров А.Г., Захарова О.С. Оптимальное по энергетическим затратам движение виброробота в среде с сопротивлением // ПММ. – 2010. – Т. 74, № 4. – С. 620-632. (English version DOI).
10. Егоров А.Г., Захарова О.С. Оптимальное квазистационарное движение виброробота в вязкой жидкости // Изв. ВУЗов. Математика. – 2012. – № 2. – С. 57-64. (English version DOI).
11. OpenFOAM User Guide, version 2.2.1. <http://www.openfoam.org/docs/user/> (дата обращения: 01.03.2016).
12. http://openfoamwiki.net/index.php/Main_Page (дата обращения: 01.03.2016).
13. <https://unihub.ru/about> (дата обращения: 01.03.2016).
14. Jasak H. Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows / PhD thesis. – London: Imperial College, University of London, 1996. – 394 p. (URL: <http://powerlab.fsb.hr/ped/kturbo/OpenFOAM/docs/HrvojeJasakPhD.pdf>).
15. Jasak H., Weller H.G., Gosman A.D. High resolution NVD differencing scheme for arbitrarily unstructured meshes // Int. J. Numer. Meth. Fluids. – 1999. – Vol. 31, no. 2. – P. 431-449. DOI

16. Versteeg H.K., Malalasekera W. An introduction to computational fluid dynamics. The finite volume method. – New York: Longman, 1995. – 257 p.
17. Нуриев А.Н., Зайцева О.Н. Решение задачи об осциллирующем движении цилиндра в вязкой жидкости в пакете OpenFOAM // Вестник Казанского технологического ун-та. – 2013. – Т. 16, № 8. – С. 116-123.
18. Issa R.I. Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting // J. Comput. Phys. – 1986. – Vol. 62, no. 1. – P. 40-65. DOI
19. Behrens T. OpenFOAM's basic solvers for linear systems of equations. (URL: http://www.tfd.chalmers.se/~hani/kurser/OS_CFD_2008/TimBehrens/tibeh-slides.pdf).
20. Zeitoun O., Ali M., Nuhait A. Convective heat transfer around a triangular cylinder in an air cross flow // Int. J. Therm. Sci. – 2011. – Vol. 50, no. 9. – P. 1685-1697. DOI
21. De A.K., Dalal A. Numerical simulation of unconfined flow past a triangular cylinder // Int. J. Numer. Meth. Fl. – 2006. – Vol. 52, no. 7. – P. 801-821. DOI
22. Martinez G. Caractéristiques dynamiques et thermiques de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire à nombre de Reynolds modéré / Thèse de Docteur-Ingénieur. – Institut National Polytechnique de Toulouse, 1979.

References

1. Gulia N.V. *Inertiya* [Inertia]. Moscow: Nauka, 1982. 150 p.
2. Chernous'ko F.L. On the motion of a body containing moving internal mass. *Dokl. Akad. Nauk – Doklady Mathematics*, 2005, vol. 405, no. 1, pp. 56-60.
3. Chernous'ko F.L. Analysis and optimization of the motion of a body controlled by means of a movable internal mass. *J. Appl. Math. Mech.*, 2006, vol. 70, no. 6, pp. 819-842. DOI
4. Chernous'ko F.L. The optimal periodic motions of a two-mass system in a resistant medium. *J. Appl. Math. Mech.*, 2008, vol. 72, no. 2, pp. 116-125. DOI
5. Bolotnik N.N., Figurina T.Yu., Chernous'ko F.L. Optimal control of the rectilinear motion of a two-body system in a resistive medium. *J. Appl. Math. Mech.*, 2012, vol. 76, no. 1, pp. 1-14. DOI
6. Bolotnik N.N., Figurina T.Yu. Optimal control of the rectilinear motion of a rigid body on a rough plane by means of the motion of two internal masses. *J. Appl. Math. Mech.*, 2008, vol. 72, no. 2, pp. 126-135. DOI
7. Zimmermann K., Bohm V., Zeidis I. Vibration-driven mobile robots based on magneto-sensitive elastomers. *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*, 3-7 July, 2011, pp. 730-735. DOI
8. Akbarimajd A., Sotoudeh N. Design and motion analysis of vibration-driven small robot Rizeh. *Adv. Robotics*, 2014, vol. 28, no. 2, pp. 105-117. DOI
9. Yegorov A.G., Zakharova O.S. The energy-optimal motion of a vibration-driven robot in a resistive medium. *J. Appl. Math. Mech.*, 2010, vol. 74, no. 4, pp. 443-451. DOI
10. Yegorov A.G., Zakharova O.S. The optimal quasi-stationary motion of a vibration-driven robot in a viscous medium. *Russian Mathematics*, 2012, vol. 56, no. 2, pp. 50-55. DOI
11. *OpenFOAM User Guide*, version 2.2.1. <http://www.openfoam.org/docs/user/> (accessed 01 March 2016).
12. Unofficial openFOAM wiki. http://openfoamwiki.net/index.php/Main_Page (accessed 01 March 2016).
13. <https://unihub.ru/about> (accessed 01 March 2016).
14. Jasak H. *Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows*. PhD thesis, London, Imperial College, University of London, 1996. 394 p. (URL: <http://powerlab.fsb.hr/ped/kturbo/OpenFOAM/docs/HrvojeJasakPhD.pdf>).
15. Jasak H., Weller H. G., Gosman A. D. High resolution NVD differencing scheme for arbitrarily unstructured meshes. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 1999, vol. 31, no. 2, pp. 431-449. DOI
16. Versteeg H.K., Malalasekera W. *An introduction to computational fluid dynamics. The finite volume method*. New York: Longman, 1995. 257 p.
17. Nuriev A.N., Zaitseva O.N. Reshenie zadachi ob ostsiliruyushchem dvizhenii tsilindra v vyazkoj zhidkosti v pakete OpenFOAM [Solution of the problem of oscillatory motion of a cylinder in a viscous fluid using OpenFOAM package]. *Vestnik Kazanskogo Technologicheskogo universiteta – Herald of Kazan Technological University*, 2013, no. 8, pp. 116-123.
18. Issa R.I. Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. *J. Comput. Phys.*, 1986, vol. 62, no. 1, pp. 40-65. DOI
19. Behrens T. *OpenFOAM's basic solvers for linear systems of equations*. (URL: http://www.tfd.chalmers.se/~hani/kurser/OS_CFD_2008/TimBehrens/tibeh-slides.pdf).
20. Zeitoun O., Ali M., Nuhait A. Convective heat transfer around a triangular cylinder in an air cross flow. *Int. J. Therm. Sci.*, 2011, vol. 50, no. 9, pp. 1685-1697. DOI
21. De A.K., Dalal A. Numerical simulation of unconfined flow past a triangular cylinder. *Int. J. Numer. Meth. Fl.*, 2006, vol. 52, no. 7, pp. 801-821. DOI
22. Martinez G. *Caractéristiques dynamiques et thermiques de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire à nombre de Reynolds modéré* [Dynamic and thermal characteristics of the flow around a circular cylinder at medium Reynolds numbers]. Thèse de Docteur-Ingénieur [PhD thesis], Institut National Polytechnique de Toulouse, 1979.

Поступила в редакцию 09.02.2015; опубликована в электронном виде 30.03.2016

Сведения об авторах

Нуриев Артем Наилевич, кфнн, мнс, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского К(П)ФУ (ИММ К(П)ФУ), 420008, Казань, ул. Кремлевская, д. 18; e-mail: nuriev_an@mail.ru
 Захарова Ольга Сергеевна, асп., ИММ К(П)ФУ; e-mail: zakharovaos.mex@gmail.com