Optimierungsanfragen für Town Buildings Spiele mithilfe von LP- & IP-Solver

Mateusz Palasz <mateusz.palasz@stud.unibas.ch>, 03.09.21

Departement Mathematik und Informatik, Universität Basel

Inhaltsverzeichnis

Übersicht

Relevanz

- Tool zum Beantworten von diversen Optimierungsanfragen
- Umgesetzt mittels linearer Programmierung (LP)
- Ergänzt durch ganzzahlige Programmierung (IP)
- Grundkonzepte, sowie Vor-/Nachteile beider Methoden

Übersicht

Factory Town

– **Ziel**: Dorf zu einer Fabrik entwickeln

– Zentrum
– Gebäude
– Häuser
– Arbeiter
– Items
– Ressourcen

Factory Town

- **Gebäude:** Zuständig für Verkauf und Herstellung 
- **Arbeiter**: Grundvariable(Produktionsgeschwindigkeit) 
- **Items**: Resultieren aus Aufträgen 
- **Häuser**: Anzahl Arbeiter = 2 × Level × Anzahl Häuser + 4 
- **Münzen**: Verdient durch verkauf von Items 
- **Konsum**: Bedürfnis = Anzahl Häuser \ Verbrauchszeit

Lineare Optimierung

Definition (Variablen)

Alle Werte der Lösung ($x \in \mathbb{R}^n, oder\ x \in \mathbb{Z}^n$).

Definition (Nebenbedingungen)

Begrenzen der Werte der Variablen ($A \in \mathbb{R}^{m,n}, b \in \mathbb{R}^{m,1}, c \in \mathbb{R}^{1,n}$):

$$Ax \leq b$$

$$\begin{array}{c}
a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\
a_{21}x_1 + \cdots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\
\vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \\
a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n \leq b_m
\end{array}$$

Lineare Optimierung

Definition (Zulässiger Bereich)

Alle möglichen Werte der Variablen, die alle Einschränkungen erfüllen.

Definition (Zielfunktion)

Zielfunktion die minimiert, oder maximiert werden soll:

$$cx = c_1 x_1 + \cdots + c_n x_n$$

Standardform

Übliche Schreibweise:

$$\max\{cx \mid Ax \le b, x \ge 0\}$$

Lineare Optimierung: Ganzzahlig

Definition (Integer Programm)
Lineares Programm, in dem alle Variablen ganzzahlig sind.

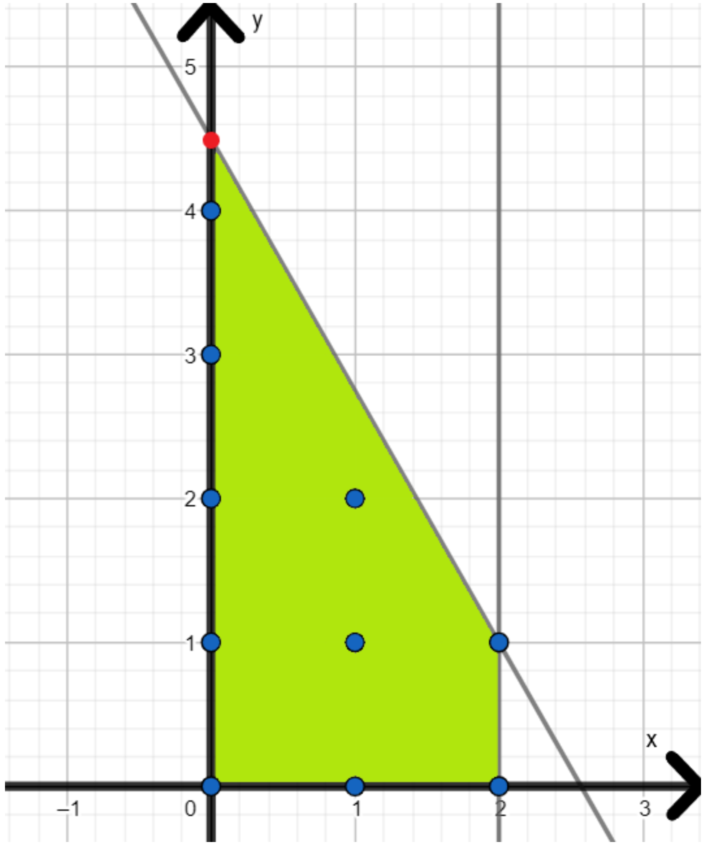
- Erweitert Umfang an Modellierungsmöglichkeiten
- Berechnung von LP in polynomialer Zeit
- Lösung von IP ist ein NP-schweres Problem
- LP Lösung $\geq$ IP Lösung

Lineare Optimierung: Beispiel

Optimierungsproblem

$$\max \;\; x + y$$
$$1.75x + y \leq 4.5$$
$$x \leq 2$$
$$x, y \geq 0$$
$$x, y \;\in \mathbb{R}$$

- $LP_{opt} = (0, 4.5) \rightarrow cx = 4.5$
- $IP_{opt} = (0, 4) \rightarrow cx = 4$



Übersicht

Google OR-Tools

- Open-Source-Software für Optimierungsprobleme
- Vielzahl von Solvern und Programmiersprachen
- Glop → Lineare Programming
- SCIP → Mixed Integer Programming
- Einheitlicher Aufbau

Vorgehensweise

1. Solver auswählen
2. Variablen erzeugen
3. Einschränkungen definieren
4. Zielfunktion deklarieren
5. Solver aufrufen und die Lösung ausgeben

Datenbank

- 124 Items mit spezifischen Informationen

- **Eigenschaften**:
  - Herstellungszeit (Unit/Sec)
  - Verkaufswert (Coin/Unit)
  - Verbrauchszeit (Con Time)
  - Zutaten (Recipe)

Datenbank

Item	Unit/Sec	Coin/Unit	Category	Recipe
Grain	0.5	1	Basic Food	
Flour	0.25	4	Basic Food	3 x Grain
Animal Feed	0.5			2 x Grain
Bread	0.25	12	Basic Food	2 x Flour, Fuel

- Natürliche Ressourcen
- Zusammengesetzte Ressourcen
- Fuel als Platzhalter für:

1 Dünger, $^1/_2$ Holz, $^1/_4$ Kohle, $^1/_8$ Magma

Übersicht

Fragestellungen

1. **Arbeiterverteilung für Items**
   – Wie kann ich die Herstellungsmenge optimieren?
2. **Ranking vom Verkaufswert**
   – Welche Items rentieren sich besonders in der Herstellung?
3. **Höchstmöglicher Profit einer Münzenart**
   – Welche Item-Kombination liefert den höchsten Profit?
4. **Gewichtung der Münzenarten**
   – Welche Item-Kombination liefert den höchsten Profit unter Berücksichtigung der Farbverteilung?

Fragestellungen

1. Arbeiterverteilung für Items

– LP mit Einschränkung der Verbrauchszeit

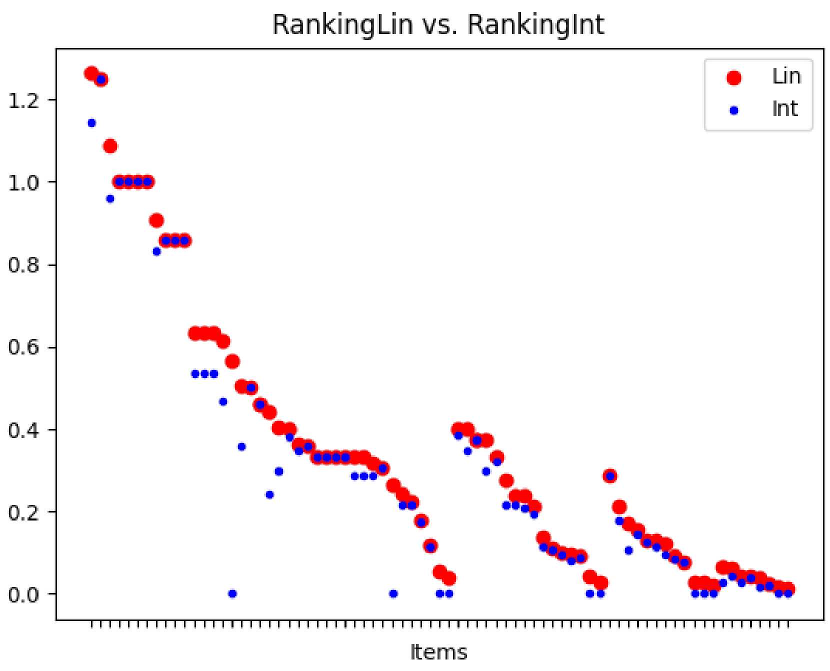
$\left(\frac{\text{Anzahl der Häuser}}{\text{Itemabhängige Verbrauchszeit}}\right)$

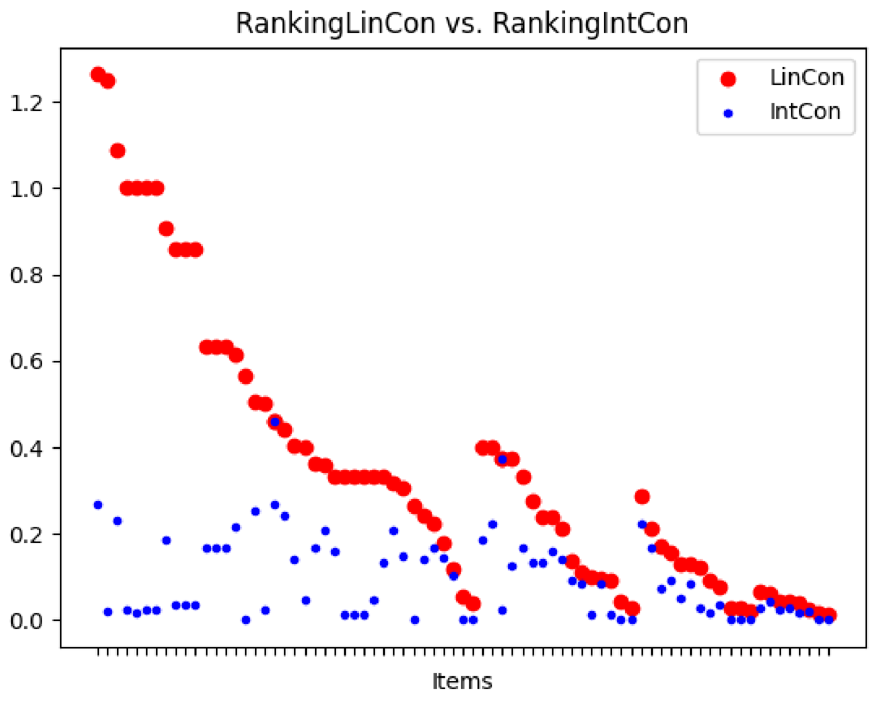
Optimierungsproblem

$$\max \ \boldsymbol{itemToMax}$$
$$\sum_{i=0}^{n} \boldsymbol{v_i} \leq a$$
$$\boldsymbol{vPerSec} = \boldsymbol{v} \circ z$$
$$\forall \boldsymbol{i} \in \boldsymbol{vPerSec} \ \forall \boldsymbol{r} \in \boldsymbol{R_i} \text{ gilt: } \mathbf{i} = \frac{\boldsymbol{r}}{vk_{i,r}}$$
$$\boldsymbol{itemToMax} \leq \frac{g}{c_{itemToMax}}$$
$$\boldsymbol{v}, \boldsymbol{vPerSec} \ \in \mathbb{R}$$
$$\boldsymbol{v}, \boldsymbol{vPerSec} \geq 0$$

– $\boldsymbol{vPerSec}$: Faktor für die Herstellungszeit
– $\boldsymbol{v}$: Verteilung der Arbeiter
– a: Anzahl Arbeiter
– z: Herstellungszeit der Items
– $\boldsymbol{i}$: nicht atomares Item
– $\boldsymbol{R}$: Zusammensetzung der Zutaten
– $\boldsymbol{r}$: Zutat
– vk: Anzahl der Vorkommnisse im Rezept
– $\boldsymbol{itemToMax}$: Zu maximierende Items
– g: Anzahl Gebäude
– c: Item abhängige Verbrauchszeit

Gegenüberstellung der Resultate





Universität
Basel

Demo

Übersicht

Fazit

- Vielseitiger Anwendungsbereich
- IP erhöht den praktischen Umfang
- LP Lösung ≥ IP Lösung

Universität
Basel

Vielen Dank
für Ihre Aufmerksamkeit.