

# Rekonstruktion von Myokardgeschwindigkeiten mittels Tikhonov Regularisierung

Mark Hastenteufel<sup>1</sup>, Ivo Wolf<sup>1</sup>, Sibylle Mottl-Link<sup>2</sup>, Raffaele de Simone<sup>2</sup>  
und Hans-Peter Meinzer<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Abteilung für Medizinische und Biologische Informatik  
Deutsches Krebsforschungszentrum

Im Neuenheimer Feld 280, 69120 Heidelberg

<sup>2</sup>Chirurgische Universitätsklinik Heidelberg, Abt. Herzchirurgie

Im Neuenheimer Feld 110, 69120 Heidelberg

Email: M.Hastenteufel@DKFZ.de

**Zusammenfassung.** Ultraschall ist eine weit verbreitete Modalität zur Diagnostik von Herzerkrankungen. Mittels Doppler-Effekt können Geschwindigkeiten von Blutfluss und Muskelgewebe bestimmt werden. Doppler-Ultraschall hat jedoch den Nachteil, nur eine Geschwindigkeitskomponente zu messen. Die Rekonstruktion des kompletten Geschwindigkeitsfeldes lässt sich als inverses, schlecht gestelltes Problem formulieren. Zur Lösung werden *a-priori* Informationen über die Lösung in den Lösungsprozess integriert. Wir beschreiben in diesem Artikel eine Methode zur Rekonstruktion von Geschwindigkeitsfeldern mittels Doppler-Ultraschall und Regularisierungstechniken.

## 1 Einleitung

Erkrankungen des Herz-Kreislauf-Systems sind die häufigste Todesursache in westlichen Nationen, allein in Deutschland sterben ca. 90.000 Menschen pro Jahr an plötzlichem Herzinfarkt. Eine weit verbreitete Modalität zur Diagnostik von Herzerkrankungen ist Ultraschall. Neben morphologischen Daten können auch funktionelle Daten gewonnen werden. Mittels Doppler-Effekt ist es möglich, Geschwindigkeiten sowohl von Blutfluss als auch von Muskelgewebe zu messen. Durch Auswertung von regionalen Geschwindigkeiten können pathologische Wandbewegungen diagnostiziert und quantifiziert werden. Doppler-Ultraschall hat jedoch den Nachteil, nur eine Geschwindigkeitskomponente zu messen. Hieraus resultiert eine hohe Winkelabhängigkeit der gemessenen Geschwindigkeiten und quantitative Aussagen werden abhängig von der Schallkopfposition.

Wir beschreiben in diesem Artikel eine Methode zur Rekonstruktion von regionalen Geschwindigkeiten mittels Doppler-Ultraschall und Regularisierungstechniken. Erste Ergebnisse auf synthetischen Daten werden vorgestellt.

## 2 Stand der Forschung

Verschiedene Methoden zur Bestimmung von regionalen Myokardgeschwindigkeiten werden in der Literatur beschrieben. Papademetris [1] verwendet eine

bildgestützte Methode zur Berechnung von Kräften, die auf ein deformierbares Model einwirken. Moreau [2] kombiniert mittels Doppler-Ultraschall gemessene Geschwindigkeiten in eine Optische-Fluss-Gleichung und berechnet ein 2D Geschwindigkeitsfeld. Ledesma-Carbayo [3] verwendet nichtlineare Registrierungsansätze zur Berechnung zweidimensionaler Geschwindigkeitsfelder. Zur Bestimmung vektorieller Blutflussgeschwindigkeiten in oberflächennahen Gefäße werden verschiedene Verfahren zur Messung von Geschwindigkeiten aus mehreren Richtungen mit speziellen Vektor-Schallköpfen beschrieben [4].

### 3 Methoden

Die mittels Doppler-Ultraschall gemessenen Geschwindigkeiten  $v_m \in \mathbb{R}$  sind mathematisch das Skalarprodukt

$$v_m = \langle \mathbf{v}, \mathbf{n} \rangle = \|\mathbf{v}\| \|\mathbf{n}\| \cos \alpha \quad (1)$$

der wahren, dreidimensionalen Geschwindigkeit  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$  mit einem Einheitsvektor  $\mathbf{n} \in \mathbb{R}^3$  in Richtung Schallkopfposition, wobei  $\alpha$  den Winkel zwischen wahrer Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  und Vektor  $\mathbf{n}$  bezeichnet. In der Ultraschalldiagnostik des Herzens werden meist Sektorschallköpfe verwendet, die Geschwindigkeit wird also immer als Projektion in Richtung genau eines Raumpunktes bestimmt. Der Aufnahmeprozess für ein komplettes Volumen kann beschrieben werden als

$$v_m = P v, \quad (2)$$

wobei  $P$  den Dopplerprozess beschreibenden Projektionsoperator darstellt ( $v_m : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, v : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ). Das Ziel eines Rekonstruktionsprozesses ist nun, die Gleichung

$$v = P^{-1} v_m \quad (3)$$

zu lösen. Man kann dies als inverses Problem interpretieren, wobei  $v_m$  die externe Messung und  $v$  die gesuchte interne Größe bezeichnet. Inverse Probleme sind oft schlecht gestellt: die Lösung existiert nicht, ist nicht eindeutig oder ist nicht kontinuierlich abhängig von den Eingangsdaten. Bei Gleichung (3) handelt es sich um ein schlecht gestelltes Problem im Sinne einer nicht eindeutigen Lösbarkeit.

Eine Methode zur Lösung schlecht gestellter Probleme ist die Tikhonov Regularisierung [5]. Hierbei werden *a-priori* Informationen über die Lösung in den Lösungsprozess integriert. Es kann z.B. eine räumliche Glattheit der Herzwandbewegung angenommen werden. Das Problem (3) wird nun umformuliert zu

$$v = \arg \min_v (\|P v - v_m\|^2 + \lambda \|L v\|^2), \quad (4)$$

wobei  $L$  die Tikhonov Regularisierung und  $\lambda$  ein Maß für den Einfluss des Regularisierungsterms bezeichnet. Wird als Glattheitsbedingung die Summe der quadrierten Gradientennormen der einzelnen Geschwindigkeitskomponenten verwendet, ist folgendes Variationsproblem zu lösen

$$v = \arg \min_v \int_{\Omega} (Pv - v_m)^2 + \lambda \sum_{i=1}^3 \|\nabla v_i\|^2 \, d\Omega. \quad (5)$$

Zur Minimierung des Energiefunktional (5) werden die zugehörigen Euler-Lagrange Gleichungen

$$(Pv - v_m)n_i - \lambda \Delta v_i = 0, \quad i = 1 \dots 3 \quad (6)$$

gelöst. Hierbei bezeichnet  $\Delta$  den Laplace-Operator. Gleichung (6) beschreibt ein System gekoppelter partieller Differentialgleichungen. Nach Einführung einer künstlichen Zeit  $t$  kann das Vektorfeld aus dem resultierenden System von Diffusions-Reaktions-Gleichungen

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = (Pv - v_m)n_i - \lambda \Delta v_i, \quad i = 1 \dots 3 \quad (7)$$

iterativ berechnet werden [6]. Zur Lösung wird ein einfaches, explizites Euler-Verfahren basierend auf der Finiten Differenzen Methode verwendet.

## 4 Ergebnisse

Zur Evaluierung wurden künstliche Datensätze erzeugt und eine simulierte Doppelmessung durchgeführt. Als Gütemaße zur Beurteilung der Rekonstruktionsgenauigkeit wurden das Winkelmaß

$$e_a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i, \quad a_i = \left\langle \frac{\mathbf{v}_i^t}{\|\mathbf{v}_i^t\|}, \frac{\mathbf{v}_i^r}{\|\mathbf{v}_i^r\|} \right\rangle = \cos(\angle(\mathbf{v}_i^t, \mathbf{v}_i^r)) \quad (8)$$

sowie das normierte Abstandsmaß

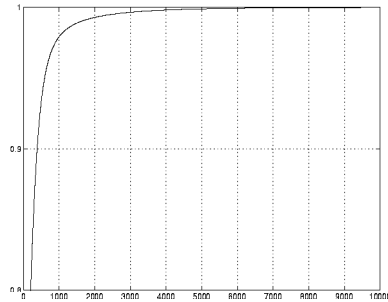
$$e_d = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i, \quad d_i = \|\mathbf{v}_i^t - \mathbf{v}_i^r\| \quad (9)$$

verwendet, wobei  $\mathbf{v}^t$  die wahren Geschwindigkeitsvektoren,  $\mathbf{v}^r$  die rekonstruierten Geschwindigkeitsvektoren und  $N$  die Anzahl der Elemente des Volumens bezeichnen. Im Idealfall konvergiert  $e_a \rightarrow 1$  und  $e_d \rightarrow 0$ .

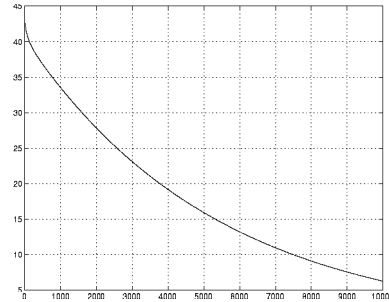
Folgende Abbildungen zeigen Ergebnisse der Anwendung des Rekonstruktionsverfahrens auf einen Datensatz der Größe  $20 \times 20 \times 20$  mit linearen Geschwindigkeitskomponenten ( $v_x = 50, v_y = 0, v_z = 0$ ). Der Schallkopf wurde an der Position  $t = (10, 0, 10)$  plaziert.

In Abb. 1(a) ist die Entwicklung des globalen Winkelfehlers  $e_a$  dargestellt. Abb. 1(b) zeigt die Entwicklung des globalen Abstandsfehlers  $e_d$ . Beide Fehler konvergieren gegen das Idealmaß. Abb. 1(c) und 1(d) zeigen die lokalen Fehlermaße vor und nach Rekonstruktion für eine Schicht des Volumens. Abb. 2 zeigt die Entwicklung von Projektionsfehler, Gesamtfehler und Glattheit des rekonstruierten Feldes.

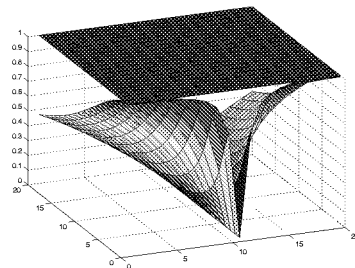
**Abb. 1.** (a) und (b): zeitlicher Verlauf von Winkelmaß und Abstandsmaß ( $\lambda = 100$ ,  $t = 0.001$ ,  $\#Iterationen = 10000$ ). (c) und (d): lokales Winkelmaß (c) und lokales Abstandsmaß (d) für die mittlere Schicht in z-Richtung. Nach Rekonstruktion liegt für alle Raumpositionen  $a_i$  nahe 1 und  $d_i$  nahe 0.



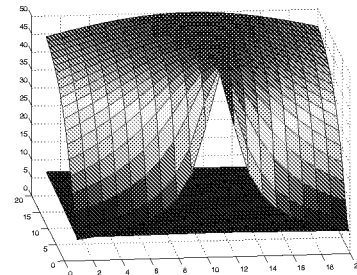
(a) Winkelmaß



(b) Abstandsmaß



(c) Winkelmaß

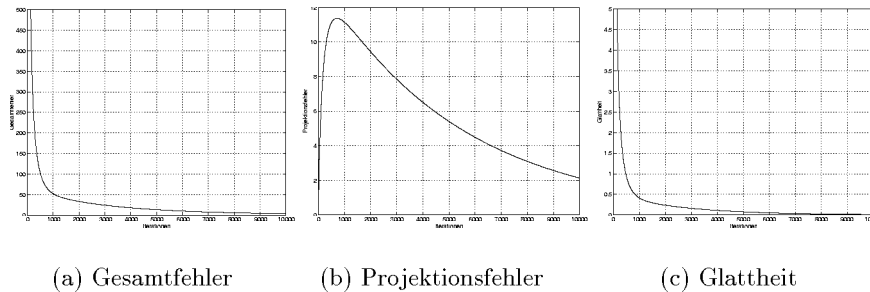


(d) Abstandsmaß

## 5 Diskussion und Ausblick

Die ersten Ergebnisse der vorgestellten Verfahrens sind vielversprechend. Allerdings handelte es sich bei der Evaluation um den Idealfall: ein glattes, künstlich erzeugtes Feld mit Linearbewegung. Momentan wird die Anwendbarkeit des Verfahrens auf Daten mit komplexeren Bewegungsmustern (Kontraktion, Torsion, Rotation) untersucht. Des Weiteren soll untersucht werden, wie gut sich Felder basierend auf realen Daten (*in-vitro* Phantomdaten) rekonstruieren lassen. Hierbei stellt sich die Frage, wie die Referenzdaten für eine quantitative Analyse gewonnen werden. Neben den vorgestellten Regularisierungstermen lassen sich weitere biomechanische Eigenschaften des Objektes integrieren. Auch eine Hinzunahme von zeitlichen Glattheitsbedingungen sowie von kantenerhaltenden Regularisierungstermen sollte zu einer Stabilisierung des Verfahrens beitragen.

**Abb. 2.** Zeitliche Entwicklung des Gesamtfehlers aus Gleichung (5), des Projektionsfehlers  $p = \int_{\Omega} \|Pv - v_m\| d\Omega$  sowie der Glattheit  $s = \int_{\Omega} \sum_{i=1}^3 \|\nabla v_i\|^2 d\Omega$ .



## 6 Zusammenfassung

Eine neue Methode zur Rekonstruktion von Geschwindigkeiten mittels Doppler-Ultraschall und Regularisierungstechniken wurde vorgestellt. Mit der vorgestellten Methode wird es erstmals möglich, regionale Geschwindigkeiten innerhalb des Myokards basierend auf Doppler-Aufnahmen zu rekonstruieren.

## 7 Danksagung

Die Forschungsarbeit wird von der Deutschen Forschungsgemeinschaft im Rahmen des SFB 414 "Informationstechnik in der Medizin - Rechner und Sensor-gestützte Chirurgie" gefördert.

## Literaturverzeichnis

1. Papademetris X, Sinusas Aj, Dione DP, Duncan JS: Estimation of 3D Left Ventricular Deformation from Echocardiography. *Medical Image Analysis* 5:17–28, 2001.
2. Moreau V, Cohen LD, Pellerin D: Deformation field Estimation for the Cardiac Wall Using Doppler Tissue Imaging. *Proc. FIMH, Springer LNCS 2230*, 53–60, 2001.
3. Ledesma-Carbayo MJ, Kybic J, Desco M, Santos A, Unser M: Cardiac Motion Analysis from Ultrasound Sequences Using Non-Rigid Registration. *Proc. MIC-CAI, Springer LNCS 2208*, 889–896., 2001.
4. Dunmire B, Beach KW, Labs KH, Plett M, Strandness jr. DE: Cross-beam Vector Doppler Ultrasound for Angle-Independent Velocity Measurements. *Ultrasound in Med. & Biol.*, 26(8):1213-1235, 2000.
5. Hansen PC: Rank-Deficient and Discrete Ill-Posed Problems. SIAM 1998.
6. Weickert J, Schnörr Ch: Räumlich-zeitliche Berechnung des optischen Flusses mit nichtlinearen flußabhängigen Glattheitstermen. *DAGM Mustererkennung*, 317–324, 1999.