

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет имени В. И. Вернадского»

Таврическая академия (структурное подразделение)
Факультет математики и информатики

Л. И. РУДЕНКО

**ОСНОВЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЕКТАМИ:
КУРС ЛЕКЦИЙ**

Учебно-методическое пособие

Симферополь, 2018

УД К 005.8(075.8)

ББ К 60.823.2

Руденко Л. И.

Основы управления проектами, курс лекций: учебно-методическое пособие / Л. И. Руденко. ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет имени В. И. Вернадского». — Симферополь, 2018. — 96 с.

Учебно-методическое пособие предназначено для обучающихся по направлению 01.04.02 Прикладная математика и информатика, и содержит материал по методологии управления проектами с акцентом на теорию и методы разработки сетевых моделей и расчет временных параметров в детерминированных и стохастических моделях.

Рецензенты:

Косова Е. А., доцент, кандидат педагогических наук;

Сейдаметова З. С., профессор, доктор педагогических наук.

Рекомендовано к печати учебно-методическим советом Крымского федерального университета имени В. И. Вернадского от «21» ноября 2018 г., протокол № 5.

© Руденко Л. И.

© ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского», 2018

Оглавление

Введение.....	4
1. Понятийные аспекты управления проектами.....	5
1.1. Определение понятия «проект».....	5
1.2. Классификация проектов.....	7
1.3. Управление проектами. Исторические сведения.....	9
1.4. Модель Керцнера.....	10
1.5. Жизненный цикл проекта.....	12
1.6. Об истории развития методов управления.....	14
1.7. Системная модель управления проектами.....	17
1.8. Этапы управления проектом по временным параметрам.....	20
2. Процесс управления.....	22
2.1. Функциональные области управления.....	22
2.2. Управление предметной областью.....	23
2.3. Управление по временным параметрам.....	24
2.4. Управление стоимостью и финансами проекта.....	24
3. Детерминированные сетевые модели и метод СРМ.....	27
3.1. Типы и элементы сетевых моделей.....	27
3.2. Табличная и матричная формы представления сетевой модели.....	28
3.4. Сетевые графики моделей AoA и AoN.....	33
3.5. Правила построения и упорядочения сетевых графиков.....	37
3.6. Метод критического пути для детерминированного графика.....	40
3.7. Оптимизация проекта.....	44
3.8. Технология СРМ-COST.....	45
3.9. Обобщенные сетевые модели.....	49
4. Детерминированные модели с вероятностными временными параметрами..	54
4.1. Распределение временных параметров.....	54
4.2. Методы расчета параметров вероятностных сетей в технологии PERT.....	57
4.3. Пример анализа детерминированной сети с вероятностными временными параметрами.....	62
4.4. Технология PERT-COST.....	66
5. Альтернативные (стохастические) сетевые модели.....	70
5.1. Подходы к моделированию и классификация стохастических сетей.....	70
5.2. Схема применения технологии GERT.....	74
5.3. Минимизация стохастической сети.....	76
5.4. Примеры анализа альтернативных сетей.....	80
5.5. Математическая модель альтернативной сети.....	87
5.6. Циклические альтернативные сетевые модели.....	91
Список литературы.....	95

Введение

Курс лекций «Основы управления проектами» посвящен изучению методологии, а также математического и алгоритмического аппарата для решения задач планирования и управления проектами.

Предмет дисциплины составляют *модели* процессов разработки сложных проектов, позволяющие осуществлять координацию большого числа взаимосвязанных работ различного профиля. Планирование процесса рассматривается как неразрывный комплекс взаимосвязанных операций, направленных на достижение конечной цели, а коллективы исполнителей как звенья единой сложной системы. Кроме того, учитываются все необходимые ресурсы, и в первую очередь, ресурс отведенного времени.

В основу моделирования положены методы сетевого планирования и управления (СПУ). Применение этих методов опирается на внесение строгих логических элементов в формирование плана, позволяющих привлечь для анализа и реализации проектов современный математический аппарат и средства компьютерной техники. Универсальный аппарат СПУ позволяет использовать его для широкого класса задач производства, строительства, маркетинга, научных исследований, конструкторских разработок и многих других сфер. Использование методов сетевого планирования способствует сокращению сроков создания новых объектов, обеспечению рационального использования трудовых ресурсов и техники.

Массовый рост масштабов проектов, необходимость комплексного решения множества задач, составляющих в совокупности предмет управления, обосновывают актуальность исследований в этой области и формирование дисциплины «Управление проектами» (*Project Management*), а также изучение ее в рамках образовательных программ.

Основные понятия проектного управления и исторические аспекты становления методов рассматриваются в разделе 1. Раздел 2 кратко информирует о процессах управления проектами. В настоящем лекционном курсе наибольшее внимание уделено математическим аспектам управления временем в проекте и изучению основных технологий сетевого планирования. В их число входят метод критического пути (*Critical Path Method, CPM*) для детерминированных сетей (раздел 3), метод *PERT (Program (Project) Evaluation and Review Technique)* для сетей с детерминированной структурой и вероятностным заданием длительностей работ (раздел 4), а также основы анализа альтернативных (стохастических) сетей с использованием методики *GERT (Graphic Evaluation and Review Technique)* (раздел 5).

1. Понятийные аспекты управления проектами

1.1. Определение понятия «проект»

Термин «проект» используется во всевозможных видах деятельности, в разных аспектах, на различных уровнях ответственности и детализации. Приведем некоторые определения термина «проект».

В самом общем виде «проект» (лат. *projectum*) – это «что-либо, что задумывается или планируется, например, большое предприятие» (толковый словарь Webster [16]).

По определению Мирового Банка [1], «Понятие «проект» обозначает комплекс взаимосвязанных мероприятий, предназначенных для достижения в течение заданного периода времени и при установленном бюджете поставленных задач с четко определенными целями».

В [9] полагается, что понятие «проект» объединяет разнообразные виды деятельности, характеризуемые рядом признаков, наиболее общими из которых являются следующие:

- направленность на достижение конкретных целей, определенных результатов;
- координированное выполнение многочисленных, взаимосвязанных действий;
- ограниченная протяженность во времени, с определенным началом и концом.

С точки зрения системного подхода, проект может рассматриваться как процесс перехода из исходного состояния в конечное, т. е. в результат, при участии ряда ограничений и механизмов [9].

В современном понимании проекты – это то, что изменяет мир: строительство жилого массива или промышленного объекта, программа научно-исследовательских работ, реконструкция предприятия, создание новой организации, разработка новой техники и технологии, сооружение корабля, создание кинофильма, развитие региона – все это можно считать проектами.

Следует отличать толкование понятия «проект» от принятого у нас как документально оформленный план сооружения или конструкции. Для обозначения этого понятия на западе используют термин *design*.

Другой крайностью является отождествление проекта с программой – комплексом мероприятий по достижению долгосрочных целей (например, космическая программа, программа здравоохранения и др.). Программы, как правило, интегрируют

несколько проектов, объединенных общей целью и условиями их выполнения. Тем не менее, часто термин «программа» используется как синоним проекта либо как инструментарий для выполнения проекта.

В отличие от проектной деятельности выделяют деятельность операционную: она осуществляется при известных и стабильных внешних условиях, при неоднократно повторяемых производственных действиях и определенным составом исполнителей. Примерами могут служить строительство типового жилого дома или торгового комплекса, организация сайта электронной торговли, прокладка трубопровода.

В таких случаях вместо термина «проект» предлагается использовать термином «процесс», который следует понимать как последовательность постоянно выполняемых действий для выполнения какой-либо функции.

Проекты и процессы схожи в том смысле, что всегда имеют *ограничения*

- *по срокам*, т. е. проект должен завершиться к конкретной дате;
- *по затратам*, т. е. проект ограничен выделенными финансовыми и людскими ресурсами;
- *по качеству*, т. е. необходимо получить результаты определенного уровня качества.

Но в отличие от повторяющихся процессов, проектные процессы характеризуются *тремя особенностями* [7,8]:

- *наличием* четко определенной конечной *цели*, достижение которой может быть связано с некоторой неопределенностью;
- *созданием нового продукта* или *нового качества*, содержащего элементы *уникальности* по отношению к аналогам;
- *участием специалистов* из *разных функциональных подразделений* и отделов или внешних подрядчиков, выполняющих взаимосвязанные работы.

Обобщая сказанное, примем следующее определение.

Проект – это целенаправленное мероприятие по созданию нового уникального продукта или услуги определенного качества, имеющее временные и ресурсные ограничения и характеризующееся неповторимостью условий осуществления с привлечением специалистов из разных областей.

Три основных признака проекта: цель, установленные сроки начала и завершения, ресурсы. *Три основных ограничения:* сроки, затраты, качество.

1.2. Классификация проектов

Многообразие проектов очень велико, прежде всего, по различию целей, масштабов, областей применения и т. д. Проекты различаются по множеству признаков, и для их классификации используются различные принципы, или *основания классификации*. Рассмотрим их в соответствии с [1].

1) Класс проекта (по составу и структуре):

– *монопроект* – отдельный технический, организационный, экономический, социальный проект или их комбинации, применяемые в традиционных областях;

– *мультипроект* – комплексный проект (или программа), состоящий из ряда монопроектов;

– *мегапроект* – целевая программа развития регионов, отраслей и других образований, включающая в свой состав моно- и мультипроекты.

2) Тип проекта (по основным сферам деятельности):

– *социальные проекты; специфика*: цели предварительные и их оценка затруднена; зависимость от множества вероятностных факторов; финансирование бюджетное; ресурсы выделяются по мере возможности; *примеры*: проекты здравоохранения, социального обеспечения и защиты; преодоление последствий потрясений;

– *экономические проекты; специфика*: цели экономического характера, требующие корректировки в процессе; сроки не всегда определены; ресурсы в рамках возможностей; *примеры*: акционирование предприятий, приватизация, изменение налоговой системы; антикризисные программы;

– *организационные проекты; специфика*: цели заранее согласованы и приняты; результаты могут уточняться в зависимости от фактора неопределенности; сроки определены; ресурсы по мере возможности; *примеры*: реформирование предприятий, отраслей, создание новой организации, проведение масштабного мероприятия (форум, олимпиада);

– *технические проекты; специфика*: цель, срок, продолжительность четко определены, но допускают уточнение; расходы зависят от выделенных средств; ресурсы как правило ограничены; *примеры*: разработка систем связи и телекоммуникаций, новых видов технических систем, технологий;

– *смешанные проекты*.

3) Вид проекта (по характеру предметной области):

– *учебно-образовательные проекты*; специфика аналогична организационным проектам; *примеры*: создание государственных стандартов образования; организация новых учебных заведений и специальностей; введение в действие системы дистанционного обучения;

– *проекты исследования и развития*; специфика аналогична техническим проектам, но с большей степенью неопределенности и рисками; *примеры*: разработка нового продукта, нового унифицированного программного продукта; исследования по возобновляемым источникам энергии;

– *инновационные проекты*; *цели*: разработка и внедрение инноваций (новых продуктов, технологий, комплексов) для обеспечения развития различных систем (производственных, экономических, технических, социальных и др.); особенность: высокая степень неопределенности и рисков;

– *инвестиционные проекты*; *цель*: создание или реновация основных фондов, которые требуют вложения инвестиций; особенности: цели определены, сроки установлены, расходы фиксированы; *примеры*: строительство объектов; организация энергетических комплексов; рекреационная отрасль, туризм и др.;

– *комбинированные проекты*.

4) Длительность проекта (по продолжительности осуществления):

- *краткосрочные* (до 3 лет);
- *среднесрочные* (от 3 до 5 лет);
- *долгосрочные* (свыше 5 лет).

5) Сложность проекта (по степени сложности):

- *простые*;
- *сложные*;
- *очень сложные*.

6) Масштаб проекта (по размерам проекта, количеству участников и степени влияния на окружающий мир):

- *мелкие проекты*;
- *средние проекты*;
- *крупные проекты*;
- *очень крупные проекты*.

1.3. Управление проектами. Исторические сведения

Управление проектами – это методология (говорят также, искусство) организации, планирования, руководства, координации трудовых, финансовых и материально-технических ресурсов на протяжении проектного цикла, направленная на эффективное достижение его целей путем применения современных методов, техники и технологии управления для достижения определенных в проекте результатов по составу и объему работ, стоимости, времени, качеству и удовлетворению участников проекта [9].

Управление проектом (*Project Management*) – особый вид управленческой деятельности, базирующийся на предварительной коллегиальной разработке комплексно-системной модели действий по достижению оригинальной цели и направленный на реализацию этой модели [15].

Зарождение управленческой деятельности относят еще к шумерской культуре в Древней Месопотамии. Основы централизованного управления связывают с реализацией сложнейших проектов строительства пирамид в Древнем Египте. Опыт управленческой деятельности можно найти в Древней Греции, давшей миру как горизонтально-демократические, так и вертикально-деспотические формы управления. Централизованно-цезаристские формы управления и эффективная бюрократическая система Древнего Рима дали миру примеры грандиозных архитектурно-строительных проектов (Пантеон, Колизей, Форум) и прокладки дорог.

Наибольшее число проектов средневековой Европы также связано с планомерной градостроительной деятельностью. В эпоху Нового времени появляется и новая организационная сила – хозяйственные предприятия, давшие технологические и экономические основы управления. Новейшая история (до середины XX века) привела управленческие идеи к становлению современного менеджмента, и главными представителями этого периода были Макс Вебер и Фредерик У. Тейлор.

В начале XX века русский энциклопедист А. А. Богданов сформулировал принципы системного подхода к управлению, но его взгляды не нашли отклика, и только позднее, провозглашенные уже другими, стали методологическим фундаментом управления.

В 30-е годы XX века экономический кризис, вызванный расхождением реалий хозяйственной жизни и применяемых методов управления, привел к менеджерской революции и к последующей трансформации капиталистического строя в менеджерский.

Именно в это время зарождаются теория и практика управления, ведущие к формированию основ управления проектом [15].

Опыт ФРГ, Японии, Кореи, США и других развитых стран показал, что система управления проектами может стать средством выхода из экономического кризиса и методом решения крупных научных, производственных и социальных проблем.

В странах с традиционно рыночной экономикой к началу XXI века управление проектами перестало быть только средством управления последовательностью и темпом выполнения работ с целью их своевременного завершения. Оно позволяет оптимизировать совместные усилия команд исполнителей и всего окружения проекта, определять и снижать предстоящие затраты по проекту.

Компании и эксперты, работающие в области управления проектами, объединились в профессиональные структуры и создали «Мир управления проектами», куда входят национальные и международные организации – инвестиционные, промышленные, строительные, консалтинговые и инжиниринговые фирмы, где проводятся конгрессы и симпозиумы, где издаются журналы, книги и учебники, где имеется свой рынок программного обеспечения.

Крупнейшей международной организацией в области управления проектами является ИПМА (*IPMA – International Project Management Association*) – Международная ассоциация управления проектами, объединяющая более 20 национальных обществ Европы, а также других стран.

1.4. Модель Керцнера

В большинстве компаний внедрение стандартов управления проектами происходит эволюционным путем. Существует методология планирования этого процесса, которая основывается на так называемой *модели зрелости*, разработанной немецким ученым Гарольдом Керцнером (*Harold Kerzner*) [5]. Она состоит из пяти уровней.

Модель Керцнера включает *три основных уровня*, отражающих условия, предпосылки, степень внедрения и зрелость практик управления проектами в компании.

1) *Уровень терминологии*. В компании применяются элементы и приемы управления проектами, например, составление и управление расписанием. На этом уровне компания осознает важность управления проектами и необходимость глубокого усвоения основных знаний в области управления проектами и изучения терминологии.

2) *Уровень общих процессов.* В компании выполняется несколько работ проектного характера. У менеджеров появляется потребность в планировании и распределении ресурсов, в контроле качества, в сокращении сроков завершения работ. Дополнительным стимулом является взаимодействие в рамках проекта с компаниями, внедрившими стандарты управления проектами. Компания осознает важность определения и разработки общих процессов для того, чтобы успех одного проекта мог быть повторен при выполнении других.

3) *Уровень единой методологии.* Высший менеджмент компании формирует портфель проектов, распределяются ресурсы, документируются этапы проектов, обучается персонал, меняется организационная структура, накапливается история проектов, совершенствуются процессы управления, внедряется программное обеспечение управления проектами и т.д. В итоге создается реестр проектов, запускаются регулярные процедуры управления проектами, создается система анализа проектов, компания осознает важность и ощущает практический эффект от применения единой методологии управления проектами.

Керцнер также предложил представлять основные положения управления проектами с помощью проектного треугольника [5]:



Рис. 1.1. Проектный треугольник Керцнера.

Проектным треугольником называется комбинация элементов *времени, средств и области проекта*. Элементы проектного треугольника есть не что иное как *трехстороннее ограничение проекта*: по срокам, по затратам, по качеству. Понимание проектного треугольника помогает в принятии оптимальных решений, когда необходим поиск компромисса. Изменение любой стороны треугольника затрагивает две другие его стороны. Например, если принято решение о корректировке плана проекта, чтобы:

– приблизить дату окончания, это может привести к увеличению затрат и сокращению области проекта;

– уложиться в бюджет проекта, то результатом может стать увеличение сроков и сокращение области проекта;

– увеличить область проекта, то реализация проекта может потребовать большего времени и средств.

Изменения плана могут повлиять на треугольник по-разному, в зависимости от особых обстоятельств и природы проекта. Например, в некоторых случаях сокращение сроков может привести к увеличению расходов. В других случаях оно может привести к их сокращению. Необходимо найти неизменные стороны проектного треугольника. Это позволит получить сведения о том, что можно скорректировать в случае возникновения проблем. Формулирование проблемы в виде выражения поможет определить, какая сторона треугольника нуждается в изменениях. Если проблемной является фиксированная сторона, для работы остаются две остальные стороны. Например, если проект должен быть выполнен вовремя, а проблема заключается в том, что его выполнение затягивается, то чтобы нормализовать ход выполнения проекта, можно скорректировать ресурсы или область проекта.

Если проблемная сторона не является фиксированной, можно оптимизировать проект, корректируя оставшуюся сторону. Например, если проект должен быть завершен в срок и расширилась область проекта, для коррекции остается только сторона расходов, например с помощью добавления ресурсов. В целом проектный треугольник Керцнера является развитием тезиса Бенджамина Франклина «Помните, что ВРЕМЯ – ДЕНЬГИ!» (1748 г.), и управление временем является наиболее важным аспектом управления проектом, так как превышение запланированных сроков всегда ведет к росту бюджета.

1.5. Жизненный цикл проекта

Жизненный цикл проекта представляет собой описание процесса его развития на разных этапах подготовки, реализации и эксплуатации. Жизненный цикл проекта принято считать состоящим из фаз, стадий, этапов. Степень детализации и терминология этого описания зависят от характера проекта, его целей и задач, задействованных ресурсов и т. д. Потому существует достаточно много различных воззрений на структуру жизненного цикла.

Самая общая структура жизненного цикла, предложенная американским *Project Management Institute*, включает начальную фазу, средние фазы и завершающую фазу. При этом распределение и

использование ресурсов неравномерно и описывается закономерностью, представленной на рисунке 1.2.

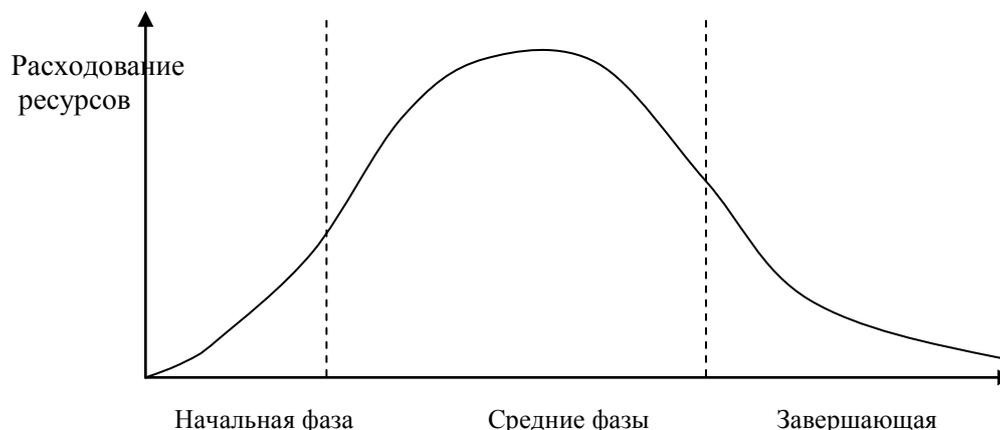


Рис. 1.2. Фазы проекта и расходование ресурсов

В интерпретации российских авторов три основные фазы называют концептуальной, контрактной и фазой реализации проекта.

1. Концептуальная фаза включает следующие стадии: разработка концепции проекта, оценка жизнедеятельности проекта, планирование проекта, разработка требований к проекту, выбор и приобретение земельного участка.

2. Контрактная фаза включает выработку квалификационных требований, подготовку предварительного задания на проектирование, заявление о намерениях, отбор потенциальных исполнителей, оформление контракта с выбранными исполнителями, выбор и утверждение окончательного варианта проекта.

3. Фаза реализации проекта имеет две стадии – детальное проектирование и поставки; строительство или установка.

Еще один из способов описания жизненного цикла в соответствии с [13] включает четыре фазы и определяет использование ресурсов по фазам (рис. 1.3).

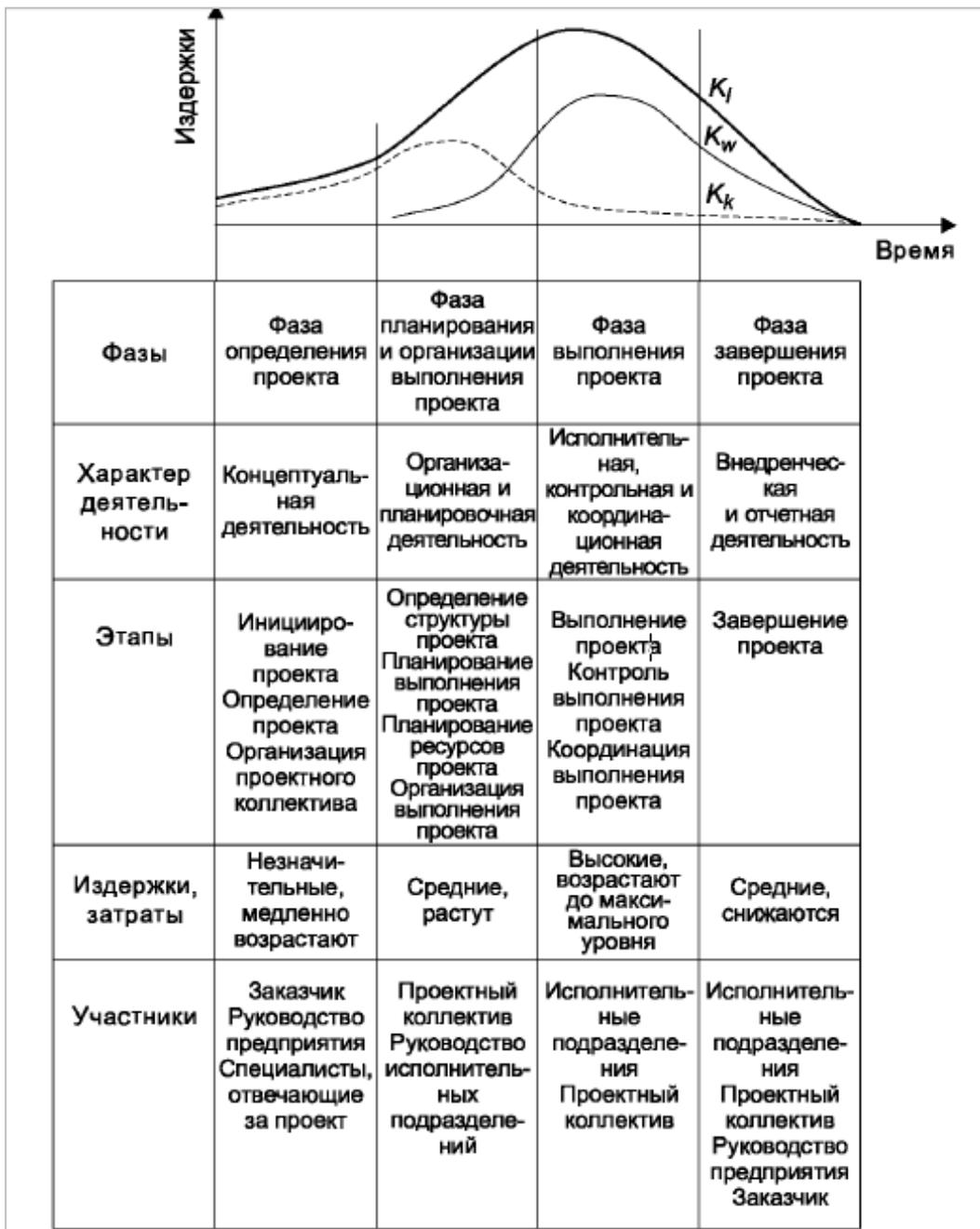


Рис. 1.3. Фазы проекта и издержки.

1.6. Об истории развития методов управления

Управление проектами развивалось из основных принципов управления, и основой методологии управления проектами явились крупномасштабные государственные проекты. В Соединенных Штатах Америки первым крупным государственным проектом стало строительство трансконтинентальной железной дороги, начавшееся в 1860 году. Тогда руководители столкнулись с задачей организации

ручного труда тысяч рабочих, а также обработки больших объемов сырья.

В конце XIX столетия Фредерик Уинслоу Тейлор (1856 – 1915) начал свои подробные исследования труда и его научной организации. Он обосновал, что труд можно анализировать и улучшать, выделяя его элементарные составляющие. Он применял свои идеи к таким задачам на сталелитейных заводах, как засыпка песка, поднятие и перемещение деталей. До этого считалось, что единственный способ повысить производительность – это заставить рабочих работать больше и дольше. В разрез с этим представлением Тейлор ввел понятие эффективной работы. Надпись на надгробии Тейлора в Филадельфии свидетельствует о важности его вклада в историю управления: «Отец научного управления».

Принципы научного управления нашли свое применение и развитие в Европе. Выдающийся французский инженер Анри Файоль (1841 – 1925), исходя из собственной успешной практической работы, сформулировал основные принципы менеджмента (их всего четырнадцать), применимых в различных сферах и сегодня. Он также выделил пять основных элементов менеджмента: предвидение, планирование, организация, координирование, контроль.

Ученик Тейлора, Генри Гантт (1861 – 1919), очень подробно изучал последовательность операций при работе. Его исследование управления было сконцентрировано на кораблестроении во время первой мировой войны, а именно, на строительстве больших трансконтинентальных океанских лайнеров. Гантт разработал линейный график, задававший сроки начала и окончания каждой операции на горизонтальной шкале времени, известный ныне *как диаграмма Гантта*.

Диаграммы Гантта оказались настолько полезным средством анализа для руководителей, что они практически не изменились за почти вековую историю. В память о заслугах Генри Гантта Американское общество инженеров-механиков учредило медаль его имени.

Благодаря работам Тейлора, Гантта и других ученых управление проектами выделилось в отдельную бизнес-функцию, которая требует изучения и дисциплины. В период нескольких десятилетий до второй мировой войны маркетинговые подходы, принципы индустриальной психологии и человеческие отношения стали неотъемлемыми частями управления проектами.

Однако недостаток диаграмм Гантта состоит в том, что их удобно применять только для одного критического ресурса – времени. Но они не позволяют установить зависимости между различными

операциями, определяющие в значительной мере темпы реализации программы.

С повышением сложности современных проектов потребовалась разработка более четких и эффективных методов планирования. При этом эффективность интерпретируется как *минимизация времени выполнения программы* (проекта) с учетом экономических факторов имеющихся ресурсов. Первым примером современного управления проектами мог бы стать американский проект Manhattan по созданию атомной бомбы, начатый в 1941 году, но ввиду его секретности остались в тайне и специально разработанные методы контроля и реализации.

В 50 – 60-е годы управление проектами вошло в широкую гражданскую практику. В этот период был разработан *метод критического пути* (МКП), первоначально применявшийся для управления программами строительства заводов химического концерна *DuPont*. В 1956 году М. Уолкер из фирмы *DuPont de Nemours & Co*, исследуя возможности более эффективного использования принадлежащей фирме вычислительной машины *UNIVAC*, объединил свои усилия с Д. Келли из группы планирования капитального строительства фирмы *Remington Rand*. Они попытались использовать ЭВМ для составления планов-графиков крупных комплексов работ по модернизации заводов фирмы *DuPont*. В результате был создан рациональный метод описания проекта с использованием ЭВМ. Первоначально он получил название *метода Уолкера-Келли*, а позже переименован в метод критического пути – *Critical Path Method (CPM)*.

В 1957 – 1958 годах фирмой *Buz, Allen and Hamilton* был предложен и опробован *метод оценки и пересмотра программ* – *Program (Project) Evaluation and Review Technique (PERT)*. Этот метод был разработан по заказу военно-морского министерства США для календарного планирования научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ по созданию ракет *Polaris (US Navy)*, в которых были заняты 250 фирм-контракторов и более 9 тысяч субконтракторов.

Применяя *PERT*-анализ, члены проекта попытались симитировать график выполнения работ по созданию ракеты путем построения логической сети взаимозависимых последовательных событий с вероятностными оценками времени. На начальной стадии *PERT*-представление было сфокусировано на контроле временных характеристик графика и прогнозировании вероятности успешного завершения программы. *PERT*-анализ был известен под названием *PERT/TIME* (*PERT*-анализ для определения времени реализации

проекта). В дополнение к методу была добавлена функция ресурсной оценки. Таким образом в 1962 году появилась *PERT/COST*-методика (*PERT*-анализ с целью стоимостного прогнозирования).

В 1964 году американский ученый С. Элмаграби разрабатывает методы расчета стохастических альтернативных сетевых моделей для управления научно-исследовательскими проектами и творческой деятельностью. С этой новой генерацией сетевых моделей связана разработка систем *GERT* (*Graphical Evaluation and Review Technique*, Метод графической оценки и анализа, 1966) и позднее *VERT* (*Venture Evaluation and Review Technique*, Метод оценки и анализа рисков, 1981).

В СССР впервые эти методы были использованы для управления ракетной программой «Атлас» и при строительстве крупного завода синтетического волокна. В середине 60-х годов эти методы стали активно изучаться и, в меньшей степени, внедряться в практику капитального строительства СССР.

70-е годы характерны развитием системного подхода к управлению и внедрением систем СПУ, а также преподаванием техники сетевого анализа в учебных заведениях. В 80-е годы управление проектом становится сферой профессиональной деятельности, в общую методологию управления проектом включаются методы управления качеством. В 90-е годы формируются новые направления и сферы применения управления проектами: в социальной сфере, государственном управлении, международной сфере.

В настоящее время *метод сетевого планирования и управления программами (проектами)* и все его усовершенствования и потомки – это методы кибернетического подхода к управлению сложными динамическими системами с целью обеспечения определенных оптимальных показателей. Ускорению процесса применения методов управления проектами на практике способствовало широкое внедрение компьютерных систем обработки информации. А современное управление проектами есть целостная сфера управления с наработанными методиками и апробированными решениями.

1.7. Системная модель управления проектами

Системная модель, в соответствии с [1], включает три основных блока управления проектом (программой), представленных структурными декомпозициями объектов управления, субъектов управления и процесса управления проектом.

Объектами управления могут быть:

- системы;
- множество проектов, портфели проектов и программы в организациях и компаниях;
- программы;
- фазы жизненного цикла объекта управления: концепция, разработка, реализация, завершение;
- комплексы работ и т. д.

Субъекты управления – активные участники проекта (программы):

- основные участники проекта (инвестор, заказчик, генконтрактор, генподрядчик, исполнители и др.);
- команда проекта (функциональные менеджеры проекта, члены команды проекта);
- команда управления проектом (управляющий проектом, члены команды управления).

Процесс управления осуществлением проекта (воздействие субъектов управления на объекты управления посредством принимаемых решений задач УП). *Основные классы задач УП:*

- *стадии процесса управления:*
 - концепция управления,
 - планирование работ проекта,
 - организация и контроль выполнения работ проекта;
 - анализ и регулирование хода работ проекта,
 - закрытие проекта и его частей;
- *функциональные области управления:*
 - управление предметной областью проекта,
 - управление проектом по временным параметрам,
 - управление стоимостью,
 - управление качеством,
 - управление рисками,
 - управление персоналом,
 - управление коммуникациями,
 - управление контрактами,
 - управление изменениями,
 - прочие;
- *временные разрезы управления* – иерархия временных периодов:
 - стратегический уровень – охватывает весь жизненный цикл проекта;

- годовой уровень управления – управление работами, запланированными на данный год;
- квартальный уровень управления – управление работами, запланированными на квартал,
- оперативный уровень управления – управление работами, запланированными на месяц, неделю, сутки, смену.

Системная модель управления проектом задает основные иерархические структуры:

- *WBS (Work Breakdown Structure)* – структура всех работ проекта, в том числе,
 - *WBS'* – структура работ, обеспечивающих результат проекта и
 - *TBS (Task Breakdown Structure)* – структура задач управления проектом, которая также подразделяется на:
 - *TBS PMT (Task Breakdown Structure, Project Manager Team)* – структура задач, выполняемых командой управляющего проектом,
 - *TBS PP_i* – структуры задач, выполняемых командами управления основных участников проекта;
- *OBS (Organization Breakdown Structure)* – организационная структура проекта, команда проекта, включающая:
 - *OBS'* – исполнители работ;
 - *OBS''* – команда управления проектом, в том числе
 - *OBS PMT* – команда управляющего проектом,
 - *OBS PP_i* – команда управления основных участников проекта.

Помимо этого системный подход к управлению проектами позволяет сформировать *функциональную структуру задач УП*.

Так, если ориентироваться на использование перечисленных ранее оснований системной модели (субъекты управления $\{Z\}$, команда управления проектом $\{L\}$, объекты управления – проекты, программы $\{Q\}$, фазы жизненного цикла объектов управления $\{C\}$, уровни управления $\{T\}$, функциональные области управления $\{S\}$, стадии процесса управления $\{F\}$) – то одна из задач управления P_k , а именно «Планирование ($F2$) финансирования ($S3$) годового объема работ ($T2$) на этапе разработки ($C2$) проекта ($Q1$) для менеджера проекта ($L1$) и заказчика ($Z2$)» определяется вектором:

$$P_k = (F2, S3, T2, C2, Q1, L1, Z2).$$

Системное представление задач УП, структурируемое по элементам модели, позволяет обеспечить полноту решаемых задач, их информационную взаимоувязку и логику осуществления процессов.

Функциональная структуризация задач по сути является *вертикальной интеграцией* субъектов, объектов и процесса управления по выбранным элементам системной модели.

Возможна также горизонтальная интеграция внутри уровня системной модели и смешанная интеграция.

1.8. Этапы управления проектом по временным параметрам

Несмотря на многообразие и важность всех элементов системной модели управления проектами, не умаляя значимости методов экономического анализа этапов управления, все-таки в настоящем курсе лекций основное внимание уделяется *математическому аппарату сетевых моделей* управления проектами.

При этом наибольшее значение придается изучению *топологий* и *временных параметров* сетевого графика в условиях различной степени неопределенности. Прежде, чем перейти к формальным математическим моделям сетевого планирования, остановимся на его последовательных этапах.

Сетевое планирование и управление проектами включает *три основных этапа*: структурное планирование, календарное планирование и оперативное управление [11,15], что соответствует стадиям управления рассмотренной выше системной модели.

Этап структурного планирования начинается с разбиения проекта на четко определенные операции (процессы). Затем определяются оценки их продолжительности и *строится сетевая модель* (сетевой график). Вся сетевая модель в целом является графическим представлением взаимосвязей операций проекта. Построение сетевой модели на этапе структурного планирования позволяет детально проанализировать все операции и внести улучшения в структуру проекта еще до начала его реализации. Однако еще более существенную роль играет использование сетевой модели для разработки календарного плана выполнения программы.

Конечной целью *этапа календарного планирования* является построение календарного графика, определяющего моменты начала и окончания каждой операции, а также ее взаимосвязи с другими операциями программы. Кроме того, календарный график должен давать возможность выявлять критические операции (с точки зрения времени), которым необходимо уделять особое внимание, чтобы закончить программу в директивный срок. Что касается некритических операций, то календарный план должен позволять определять их резервы времени, которые можно выгодно использовать при задержке выполнения таких операций или с позиции

эффективного использования ресурсов. Если проект оказывается удовлетворительным, то необходимо закончить его составление, в противном случае необходимо выполнить дальнейший анализ сетевой модели, который помог бы ее улучшить.

Заключительным этапом является *оперативное управление процессом* реализации проекта. Этот этап включает использование сетевой модели и календарного графика для составления отчетов о ходе выполнения программ. В случае необходимости сетевая модель корректируется.

Для автоматизации процессов проектирования и анализа сетевых графиков разработано большое количество программных средств, среди которых известны *Microsoft Project, Open Plan, Suretrak Project Manager, Primavera Project Planner, Spider Project, Libre Project* и другие.

Они обеспечивают основной набор функциональных возможностей, которые включают в себя:

- средства проектирования структуры работ проекта,
- средства планирования по МКП,
- средства ресурсного планирования (описание, назначение и оптимизация загрузки ресурсов),
- некоторые возможности стоимостного анализа,
- средства контроля за ходом исполнения проекта,
- средства создания отчетов и графических диаграмм.

Различия между пакетами могут заключаться в поддерживаемых ими вычислительных платформах, мощности, наличии дополнительных средств, и в качестве реализации предоставляемых ими функций. Во все системы управления программами заложены *математические алгоритмы оптимизации использования различных типов ресурсов*.

2. Процесс управления

2.1. Функциональные области управления

Возвращаясь к общим проблемам управления проектами в рамках системного подхода, рассмотрим основные аспекты и функциональные области управления [1], представив их следующей таблицей:

Таблица 2.1.

Аспекты и функциональные области управления.

Основные аспекты проекта	Функциональные области управления
1) Цели и результаты проекта;	1) управление предметной областью (<i>Project Scope Management</i>);
2) сроки выполнения работ;	2) управление по временным параметрам (<i>Project Time Management</i>);
3) стоимость работ;	3) управление по стоимостным параметрам (<i>Project Cost and Finance Management</i>);
4) качество работ;	4) управление качеством работ (<i>Project Quality Management</i>);
5) возможные риски;	5) управление рисками (<i>Project Risk Management</i>);
6) обеспечение работ исполнителями;	6) управление человеческими ресурсами (<i>Project Human Resource Management</i>);
7) обеспечение работ ресурсами;	7) управление контрактами (<i>Project Contract Management</i>);
8) коммуникации;	8) управление коммуникациями (<i>Project Communications Management</i>);
9) необходимые изменения в проекте	9) управление изменениями проекта (<i>Management of Changes in the Project</i>).

Управление каждой функциональной областью проекта осуществляется в соответствии со *стадиями процесса управления*.

1) *Концепция управления* – комплект документов, определяющих цели, основные задачи и стратегию управления.

2) *Планирование* – определение наилучшего способа действий в каждой функциональной области проекта для достижения целей с учетом ситуации. Основной результат – сводный план управления проектом и планы управления каждой функциональной областью.

3) *Организация и контроль* выполнения работ в каждой функциональной области проекта.

4) *Анализ и регулирование* выполнения работ в каждой функциональной области проекта – сравнение фактического

состояния с запланированным, анализ отклонений, оценка возможных альтернатив и принятие решений.

5) *Заккрытие проекта* в целом и по каждой функциональной области – формирование отчета, разрешение спорных ситуаций, анализ опыта, формирование архива документации.

В соответствии с [1] дадим краткое описание некоторых функциональных областей управления в соответствии со стадиями процесса управления проектами.

2.2. Управление предметной областью

Управление предметной областью – раздел управления, связанный с целями и задачами проекта. Они могут меняться и уточняться и в процессе разработки проекта, и по мере достижения промежуточных результатов.

Концепция управления предметной областью включает разработку комплекта документов, определяющих предметную область и критерии успешности. К *критериям успеха* можно отнести: достижение поставленных целей; завершение проекта в установленные сроки; соблюдение требований к качеству результатов; выполнение бюджета; минимальный объем изменений; выполнение требований клиента и др. *Критерии неудач* включают: превышение лимита затрат и времени; несоответствие требуемому качеству; незнание или игнорирование требований (претензий) и др. Концепция управления предметной областью включает также правовое обеспечение проекта, выбор стратегии осуществления проекта, разработку устава проекта.

Планирование предметной области включает анализ целей и результатов проекта; декомпозицию проекта и разработку структуры работ проекта (*WBS, Work Breakdown Structure*) в соответствии с общими правилами построения структуры, описание уровней структурной модели.

Контроль предметной области – это процесс приемки результатов проекта, который представляет фактические данные об исполнении проекта и отчетные документы.

Анализ состояния и регулирование предметной области проекта предполагает мониторинг состояния (результат, стоимость, время), выработка рекомендаций, сбор и обработка запросов на изменение, информирование участников проекта.

Завершение управления предметной областью предполагает заключительный анализ, подготовку сводного отчета, решение

спорных ситуаций, извлеченные уроки.

2.3. Управление по временным параметрам

Управление проектами по временным параметрам контролирует своевременное завершение проекта, определяет оценку продолжительности работ, их последовательность, разработку и контроль календарного плана.

Концепция управления по временным параметрам охватывает стратегию управления, предметную область управления временем (календарные планы, расписания, указание вех), методы и процедуры, программное обеспечение, определение и согласование ограничений.

Планирование проекта по временным параметрам предполагает формальное представление календарного плана, который должен удовлетворять условиям задачи и ограничениям. Задача оптимального календарного планирования состоит в том, чтобы определить такое расписание работ, при котором целевая функция задачи при соблюдении всех ее условий достигала бы экстремального значения.

Контроль выполнения проекта по временным параметрам включает организацию контроля, учет выполненных работ, составление отчетности по проекту. Утвержденный календарный план является основой для определения и оценки фактического уровня выполнения работ и составления отчетов в соответствии с установленным регламентом.

Анализ и регулирование проекта по временным параметрам решает следующие задачи: анализ отклонений и их причины, определение корректирующих воздействий, модификация календарного плана проекта.

Завершение управления проектом по временным параметрам включает формирование и анализ фактического графика работ проекта, анализ результатов и опыта календарного планирования работ, заключительный отчет, формирование баз данных и архива версий графиков.

2.4. Управление стоимостью и финансами проекта

Управление стоимостью и финансами проекта включает задачи и процедуры, необходимые для формирования и контроля выполнения бюджета. Функция управления стоимостью включает предварительную оценку расходов, определение сметы и бюджета проекта, источников финансирования, прогнозирование доходов и прибылей, контроль расхода средств и т.п.

Концепция управления стоимостью и финансами заключается в определении и принятии стратегических решений, обеспечивающих успешное выполнение проекта по стоимостным и финансовым показателям. Она включает *стратегию управления* стоимостью и финансами, *экономический анализ и обоснование* проекта (маркетинг, прибыль и рентабельность, возможные риски проекта), основные требования к системе управления.

Планирование стоимости и финансирования предназначено для определения сроков и объемов финансирования, включая: определение потребности в ресурсах; оценку стоимости проекта на основе сметной документации, экспертных оценок; формирование бюджета проекта; разработку плана финансирования; разработку плана управления стоимостью и финансами.

Для определения стоимости всего проекта необходимо учесть все необходимые *ресурсы*: трудовые, материальные, денежные, энергетические, информационные, вычислительную и организационную технику, производственные площади и прочие. Для этого используются как расчетные методы, так и экспертные оценки и архивные материалы. В результате получают списки всех ресурсов, графики потребности в ресурсах и сроки их использования.

Оценка *стоимости* проекта на этом этапе состоит в уточнении сметы затрат на ресурсы и изучении возможности ее сокращения. При этом изучается структура всех работ проекта, календарный план, потребности в ресурсах и их стоимость, косвенные затраты, сметная нормативная база. В результате получают сводную смету проекта на базе локальных смет на отдельные виды работ (проведение торгов, приобретение оборудования, благоустройство) и сметных расчетов (на землеотвод, найм рабочих, транспортировку материалов и пр.).

Организация и контроль выполнения проекта по стоимости включают: распределение функциональных обязанностей и ответственности; введение в действие системы управления стоимостью и финансами в проекте; учет фактических затрат в проекте; формирование отчетности о состоянии стоимости и финансирования проекта. Информацию для организации и контроля составляют бюджет проекта, список контролируемых работ, план управления стоимостью. Методы и процедуры управления включают систему контроля стоимости проекта, текущий аудит и методы регистрации фактических данных. В результате фиксируются фактические данные о проекте, отчетность о затратах, что доводится до команды проекта.

Анализ и регулирование стоимости создания проекта включают: определение степени выполнения проекта по стоимостным

показателям; анализ отклонения стоимости выполненных работ от сметы и бюджета; анализ рыночных факторов, влияющих на позитивные и негативные отклонения; принятие решений о регулирующих воздействиях.

Для *анализа и регулирования* стоимости применяются следующие методы и средства: *система контроля* изменений стоимости (учетные документы, акты приемки выполненных работ, система мониторинга); метод освоенного объема; вычисляются три ключевые величины: бюджет (плановая стоимость работ), фактическая стоимость выполненных работ (фактические затраты, прямые и косвенные), сметная стоимость выполненных работ (плановая стоимость выполненных работ) – эти величины используются для определения того, была или не была выполнена работа так, как ее запланировали; систематический анализ этих величин позволяет своевременно обнаружить нежелательные отклонения и принять меры; корректировка стоимостных показателей проекта; прогнозируемая оценка стоимости проекта. В результате формируется оценка прогнозируемой стоимости проекта, корректирующие воздействия, пересмотренные сметы затрат и модифицированный бюджет.

Завершение управления проектами по стоимости и финансам включает следующие основные процедуры:

- экономический анализ и оценка результатов;
- разрешение претензий и конфликтов;
- подготовка исполнительной сметы и финансового отчета;
- окончательные расчеты и закрытие финансирования;
- формирование архива.

3. Детерминированные сетевые модели и метод СРМ

3.1. Типы и элементы сетевых моделей

Описание общей концепции управления проектами было необходимо, чтобы прояснить роль и место в ней *техники сетевого планирования*. Эта роль формальных математических методов вместе с методами системного анализа главенствует над чисто экономическими и другими специальными методами, а базовые инструменты управления (СПУ) составляют основу всего управления.

Сетевые модели являются основным организационным инструментом управления проектами. Они позволяют осуществлять календарное планирование работ, оптимизировать использование ресурсов, сокращать или увеличивать продолжительность выполнения работ в зависимости от стоимости, организовывать оперативное управление и контроль в реализации проекта [15].

Сетевая модель представляет собой графическое представление структуры проекта, этапов выполнения проекта, всех процессов и их взаимосвязей.

Главными элементами сетевой модели являются работы и события:

1) *работа (процесс, операция)* – материальное или логическое действие, имеющее некоторую *продолжительность* выполнения; различают такие работы как:

- *действие* (реально выполняемая работа),
- *ожидание* (завершение работы без участия исполнителей),
- *зависимость, или фиктивная работа* (логическая взаимосвязь, следование);

2) *событие* – завершение некоторого этапа, результат выполнения одной или нескольких работ; событие не имеет протяженности во времени; событие считается свершившимся, если завершены все предшествующие ему работы; среди событий выделяют два особенных – *исходное* и *завершающее*;

3) *путь* – непрерывная последовательность работ от исходного события к завершающему. Суммарная продолжительность работ, лежащих на пути, определяет длину пути. Путь максимальной продолжительности от исходного события к завершающему называют *критическим*. Критический путь определяет общую продолжительность проекта.

В зависимости от степени информированности о составляющих проекта различают следующие типы сетевых моделей:

– *структурной сетевой* моделью или *топологией* называется модель, представленная комплексом работ и событий без каких-либо числовых показателей, Такая модель формируется непосредственно исходя из описания задачи и имеет промежуточный характер;

– *детерминированная сетевая модель* – это модель, в которой полностью определена структура проекта и известны продолжительности всех работ. К детерминированным относят также модели с полностью определенной структурой и вероятностно заданными временными параметрами;

– *альтернативная (стохастическая) сетевая модель* – это модель, структура которой заранее не задана и включает различные возможные варианты достижения цели проекта.

Построение и анализ детерминированных сетевых моделей, которые и будут рассмотрены в настоящем разделе, базируются на методе критического пути.

3.2. Табличная и матричная формы представления сетевой модели

Существует несколько способов начального задания информации (описания) сетевой модели. Для удобства изложения будем использовать сквозной пример «Фотоархив» – комплекс работ по разработке электронного фотоархива организации с большим историческим прошлым (например, высшее учебное заведение, предприятие). И хотя по масштабности и уникальности это не проект, но по сути выполняемых этапов анализа на этом примере можно проследить многие этапы.

Табличная форма описания сетевой модели представляет начальную информацию в виде *таблицы процессов* (работ). Построению такой таблицы должно предшествовать [11]:

- описание целей проекта, ограничения и допущения;
- детализация всех работ по проекту;
- определение для всех работ непосредственно предшествующих;
- определение продолжительности всех работ;
- определение промежуточных и окончательных сроков проекта;
- учет работ и событий, непосредственно не относящихся к проекту, но могущих на него повлиять.

С учетом этого формируется таблица последовательности работ вида 3.1.

Таблица 3.1.

Номер работы	Наименование работ	Предшествующие работы	Продолжительность (дней)
1	Постановка задачи создания фотоархива	-	2
2	Формирование архива фотодокументов	1	20
3	Подготовка описаний	2	5
4	Проектирование базы данных	1	2
5	Программирование	4	10
6	Разработка приложений (запросы, редактирование)	4;5	9
7	Наполнение базы данных документами фотоархива	3;6	8
8	Тестирование	7	5
9	Презентация	8	1

Другим способом описания модели служит *матрица событий и работ*. Это детальная матричная форма представления сетевой модели (таблица 3.2) включает описание событий в заголовках строк и столбцов таблицы и описание работ (операций) в клетках с указанием времени выполнения. Другими словами, это матрица связей графа, который будет представлять сетевую модель.

Таблица 3.2.

События (предки)	События (потомки)								
	Готовность концепции	Готовность фотодокументов	Готовность описаний	Готовность проекта БД	Готовность программ	Готовность приложений	БД наполнена	Тестирование окончено	Завершение
Начало работ	Постановка задачи								
Готовность концепции		Формирование архива		Проектирование БД					
Готовность фотодокументов			Подготовка описаний						
Готовность описаний							Наполнение БД		
Готовность проекта БД					Программирование				
Готовность программ						Разработка приложений			
Готовность приложений							Наполнение БД		
БД наполнена								Тестирование	
Тестирование окончено									Презентация

Такая матричная форма удобна для задания информации о проекте, но не подходит для выполнения расчетов. На основании такой матрицы в дальнейшем можно построить сетевой график с указанием работ на дугах. Если график построен раньше, то таблица предшествования поможет устранить избыточность. При избыточности событий в таблице имеются пустые строки или столбцы, что должно служить основанием для преобразования графика.

Формализованная матричная форма сетевой модели задается в виде отношения между событиями (S_i, S_j) , которое равно 1, если между этими событиями есть работа (либо реальная, либо фиктивная) и 0 – в противном случае. Строки матрицы соответствуют предшествующим событиям, а столбцы – последующим. Матричная форма для описания сетевой модели приведена в таблице 3.3.

Таблица 3.3.

События (предки)	События (потомки)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1									
1		1		1						
2			1							
3							1			
4					1					
5						1				
6							1			
7								1		
8									1	
9										1

Матричная форма в виде таблицы 3.3 используется также для упорядочения сетевого графика – логического зонирования событий по методу Демукрона (*M. Demoucron*) [15]. Зонирование предполагает разделение событий сети на слои, так чтобы внутри слоя не было связанных между собой событий. Упорядоченному графу будет соответствовать диагональная матрица связей. Диагональная матрица позволяет легко выполнять расчет временных параметров сетевого графика.

Преимущество табличной и матричной формы перед графическими представлениями состоит в том, что с их помощью удобно осуществлять анализ параметров сетевых моделей; в этих формах применимы алгоритмические процедуры анализа, выполнение которых не требует наглядного отображения модели на плоскости.

Преимущество сетевых графиков и временных диаграмм перед табличной и матричной формами представления состоит в их наглядности. Однако это преимущество исчезает прямо по мере

увеличения размеров сетевой модели. Для реальных задач сетевого моделирования, в которых речь идет о тысячах работ и событий, вычерчивание сетевых графиков и диаграмм теряет всякий смысл. Тем не менее, ни один проект не обходится без построения сетевых графиков или временных диаграмм, хотя бы в укрупненном варианте.

3.3. Диаграммы Гантта

Одним из первых графических средств представления сетевой модели стала диаграмма Гантта, которую называют также линейным графиком [14], ленточной диаграммой или гистограммой [9]. Диаграмма состоит из двух частей – табличной и графической. В табличной части описывается содержание работ, в графической – указывается продолжительность этих работ с помощью прямоугольников или линий, по длине пропорциональных длительности в соответствии с началом и окончанием работ. Учитываются также порядок следования работ. Частично такой график представлен на рисунке 3.1.

Наименование работ	Календарь																														
	Февраль														Март																
Постановка задачи фотоархива	■	■																													
Формирование архива			■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Подготовка описаний																															
Проектирование базы данных			■	■																											
Программирование					■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	
Разработка приложений																															
Наполнение базы данных																															
Тестирование																															
Презентация																															

Рис. 3.1. Диаграмма Гантта (1).

График Гантта удобно использовать для отражения текущего состояния проекта (статуса) с точки зрения соблюдения сроков. Но когда возникает необходимость изменения структуры работ, приходится все работы пересматривать заново.

Часто используются упрощенные графики Гантта (рис. 3.2) как представление топологии сети. Здесь очередность работ ориентирована сверху вниз.

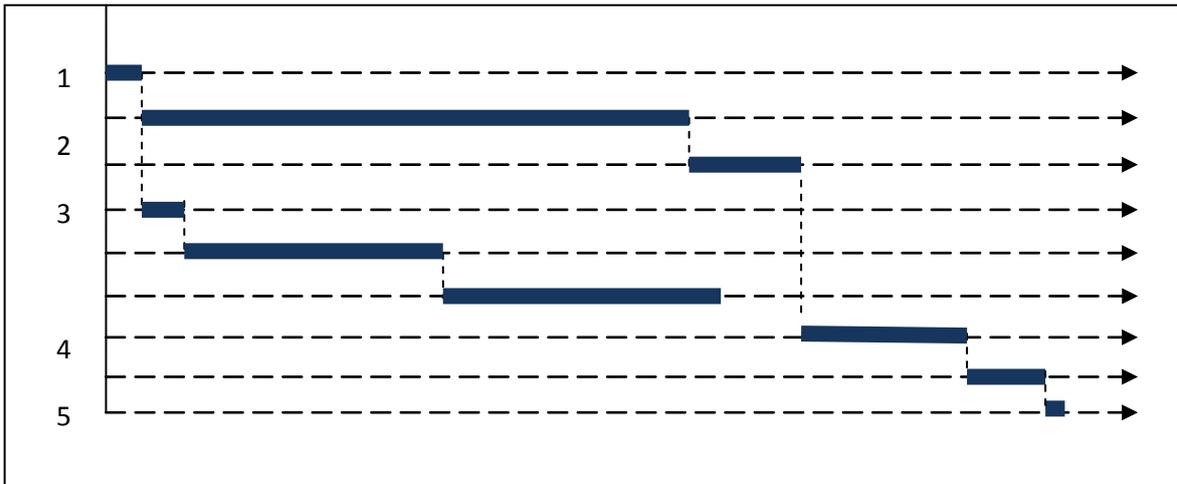


Рис. 3.2. Диаграмма Гантта (2).

На рисунке 3.3 представлен еще один возможный вид графика Гантта для сетевой модели другого примера – с очередностью работ снизу вверх и добавлением информации о продолжительности выполнения работ [1].

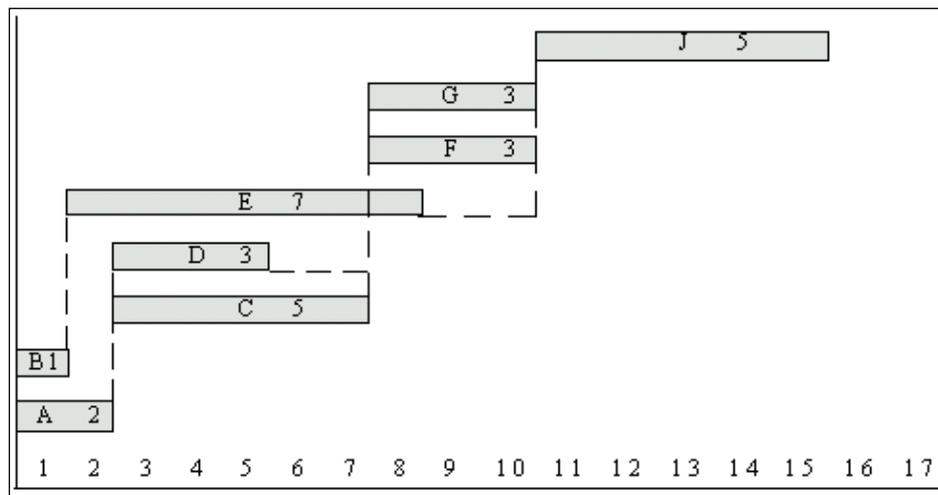


Рис. 3.3. Диаграмма Гантта (3).

Диаграммы Гантта оказались настолько полезным средством анализа для руководителей, что они практически не изменились за почти вековую историю. Только в начале 1990-х годов в программе *Microsoft Project* к отрезкам задач были впервые добавлены линии связей, которые отражают более точные зависимости между задачами. Кроме того есть возможность выделить работы критического пути.

На рисунке 3.4. представлена диаграмма Гантта рассматриваемого проекта «Фотоархив», построенная в *Microsoft Project*.

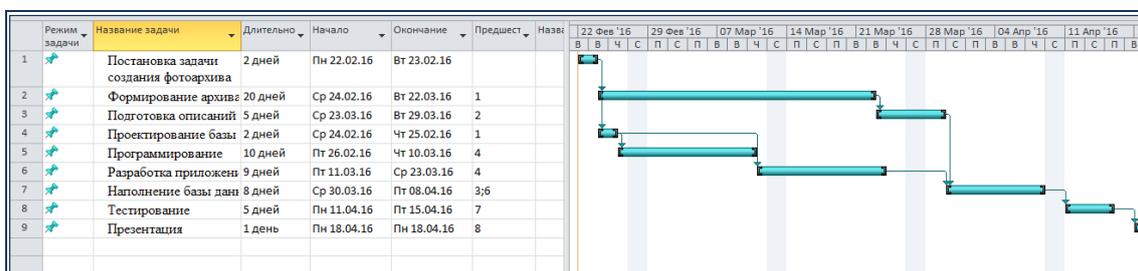


Рис. 3.4. Представление диаграммы Гантта в *MS Project*.

Диаграммы Гантта широко используются и служат ценным пособием для планирования. Визуальное воздействие хорошо нарисованной диаграммы может сильно помочь в управлении проектом. Однако они не могут отразить сложности моделируемого процесса и не позволяют прогнозировать ход работ. В связи с недостатками линейных диаграмм были разработаны другие формы графического представления сетевой модели, основанные на теории графов.

На этапе становления проекта используются иерархические графы для отображения таких структур как:

- дерево целей проекта;
- дерево организационной структуры с административным подчинением;
- дерево решений для поиска оптимального варианта в условиях неопределенности;
- причинно-следственная диаграмма (диаграмма Исикавы) и др.

Непосредственно для задач планирования и управления *временем* в проекте используется сетевой график.

3.4. Сетевые графики моделей *АоА* и *АоN*

Сетевым графиком называется полное графическое отображение структуры сетевой модели на плоскости.

Сетевой график (сетевая модель) представляет собой *ориентированный граф*, изображающий все операции проекта в их взаимосвязи.

Как уже упоминалось в п. 3.1, основными элементами сетевой модели являются *работа* (процесс, операция), *событие* и *путь*.

В сетевом графике роль вершин графа могут играть события, определяющие начало и окончание отдельных работ, а дуги в этом случае будут соответствовать работам. Такой сетевой график принято называть *сетевым графиком с работами на дугах (Activities on Arrows, AoA)*. Этот же график еще называют графиком типа «события – работы» [11], *ADM-сетью (Arrow Diagram Method)*, или сетью стрелки [9].

Пусть множество $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ есть *комплекс работ*, выполнение которых требуется для решения определенной задачи. Тогда, если множество $V = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$ будет представлять *комплекс событий*, возникающих в процессе выполнения комплекса работ, то сетевая модель будет задаваться ориентированным графом $G = (V, A)$, в котором элементы множества V играют роль вершин, а элементы множества A – роль дуг, соединяющих вершины. Каждой дуге a_i можно поставить в однозначное соответствие пару вершин (v_{s_i}, v_{f_i}) , первая из которых будет определять момент начала работы a_i , а вторая – момент окончания этой работы. Такая сетевая модель будет сетевой моделью с работами на дугах – *AoA*.

В то же время, возможно, что в сетевом графике роль вершин графа играют работы, а дуги отображают соответствие между окончанием одной работы и началом другой. Такой сетевой график принято называть *сетевым графиком с работами в узлах (Activities on Nodes, AoN)*. Такой график также называют графиком типа «работы – связи» [11], *PDM-сетью (Precedence Diagram Method)* или сетью предшествования [9].

В этом случае множество $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ по-прежнему рассматривается как *комплекс работ*, выполнение которых требуется для решения определенной задачи. Тогда, если множество $V = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$ будет представлять *комплекс отношений предшествования-следования работ* в процессе их выполнения, то сетевая модель будет задаваться ориентированным графом $G = (V, A)$, в котором элементы множества A играют роль вершин, а элементы множества V – роль дуг, соединяющих вершины. Каждой дуге v_i можно поставить в однозначное соответствие пару вершин (a_{s_i}, a_{f_i}) , первая из которых будет непосредственно предшествующей работой в данной паре, а вторая – непосредственно следующей. Пример сетевого графика типа *AoN* представлен на рисунке 3.5.

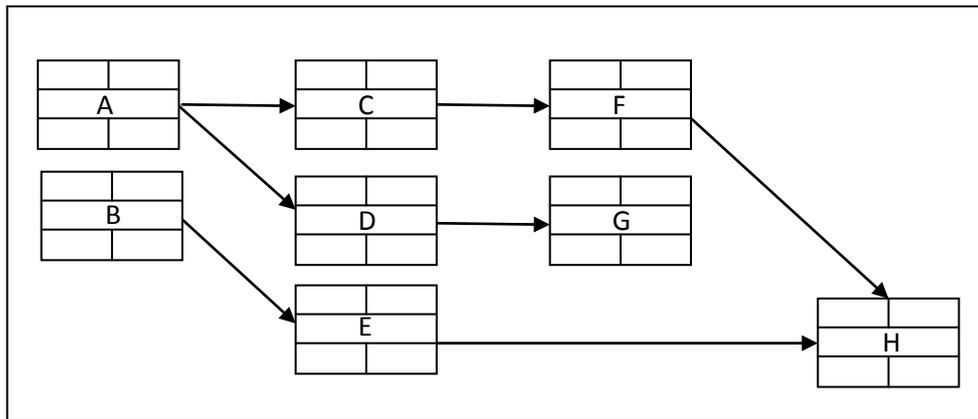


Рис.3.5. Сетевой граф *AoN*.

Здесь узлы сети, соответствующие работам, принято изображать прямоугольниками, поделенными на 5 секторов. В центральном секторе проставляется индекс (или записывается наименование работы). В верхние два сегмента записываются раннее время начала и раннее время окончания работы. В нижние два сегмента записываются продолжительность работы и полный резерв времени. В некоторых случаях количество секторов увеличивают до 7, добавляя поздние сроки начала и окончания работ.

Модель типа *AoN* позволяет избежать избыточности структуры. Здесь нет необходимости вводить в качестве дополнительного структурного элемента фиктивные работы, поскольку отсутствуют те структурные элементы, которые они призваны обслуживать, а именно – события. В сетевом графике модели типа *AoN* есть только узлы (или вершины), которые обозначают работы и дуги (сплошные линии со стрелками, ориентированными слева направо), которые обозначают отношения предшествования-следования работ. Никаких событий и никаких фиктивных работ. Заметим, что в *MS Project* реализуется именно этот тип модели.

В сетевом графике *AoA* однозначное представление должны получить все работы и все события модели. Однако структура сетевого графика модели *AoA* может быть более *избыточна*, чем структура самой отображаемой сетевой модели. Дело в том, что по правилам построения сетевого графика для удобства его анализа необходимо, чтобы два события были соединены только единственной работой, что в принципе не соответствует реальным обстоятельствам. Поэтому принято вводить в структуру сетевого графика элемент, которого нет ни в действительности, ни в сетевой модели. Этот элемент называется *фиктивной работой*. Таким образом, структура сетевого графика образуется из трех типов

элементов (в отличие от структуры сетевой модели, где только два типа элементов): событий, работ, фиктивных работ.

Графически события изображаются кружками, разделенными на сегменты, в которые вписываются временные параметры событий.

Работы изображаются сплошными линиями со стрелками на конце, ориентированными слева направо; фиктивные работы изображаются пунктирными линиями со стрелками на конце, ориентированными слева направо. Пример сетевого графика типа *АоА* представлен ниже на рисунке 3.6.

Отметим, что индексация работ производится рядом с соответствующими стрелками; фиктивные работы не индексируются; индексы событий проставляются в нижнем сегменте соответствующего кружка. В верхних сегментах записывается раннее и позднее время наступления события.

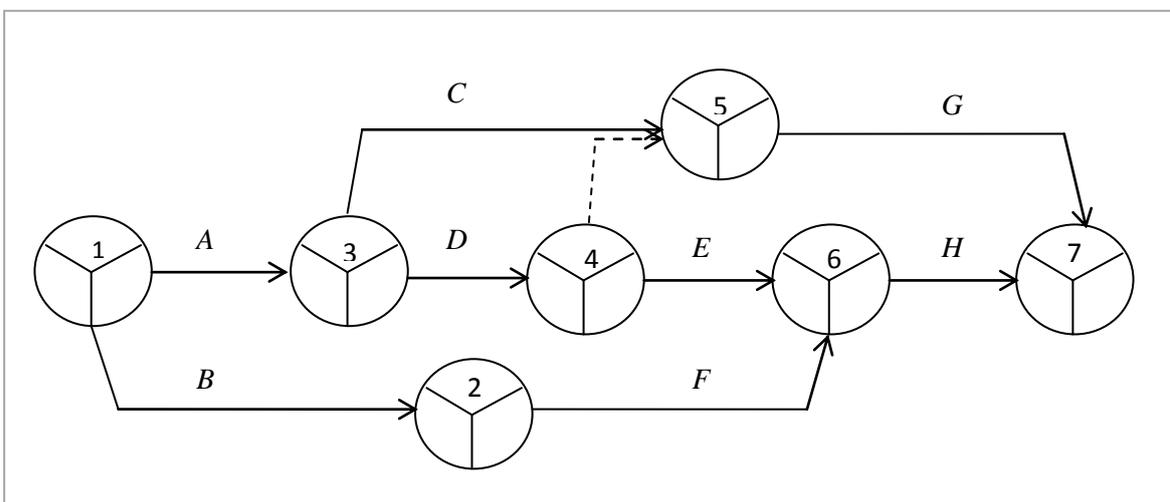


Рис. 3.6. Сетевой граф *АоА*.

Зачастую используются оба типа представления сетевой модели, каждый для своих целей. Сети *АоА* легче для рисования, и с помощью примечаний (записей в сегментах) в них проще проводить анализ времени без компьютера.

Однако необходимость ручного счета как в графиках обоих типов, так и в рассмотренных ранее таблицах стремительно падает при использовании всевозможных компьютерных программ, и потому используются эскизные сетевые графики *АоА* без примечаний в вершинах сети (рис. 3.7).

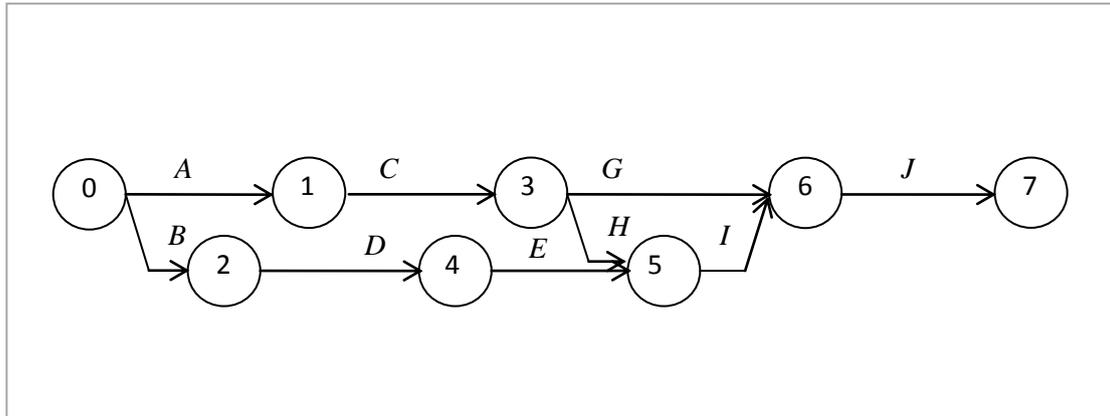


Рис. 3.7. Сетевой граф AoA (эскиз).

В дальнейшем рассматривается сетевой график типа AoA.

3.5. Правила построения и упорядочения сетевых графиков

Построение сетевого графика представляет зачастую достаточно трудоемкий процесс, требующий в первую очередь учета всех имеющихся взаимосвязей работ. Существует ряд правил, обязательных при создании графика, и рекомендаций, позволяющих избежать проблем.

Приведем такие *правила построения* в соответствии с [9,14]:

- 1) последовательность изображения работ – от начала к окончанию (слева направо);
- 2) ориентация дуг графа – от предшествующего к последующему событию, избегая пересечения;
- 3) две смежные вершины (события) могут быть соединены только одной дугой. В случае двух параллельно выполняемых работ вводится дополнительное событие и фиктивная работа (зависимость);
- 4) в графе недопустимо наличие замкнутых контуров (циклов, петель);
- 5) в графе не должно быть тупиковых вершин, из которых не выходит ни одна дуга (кроме завершающего события). В графе не должно быть хвостовых вершин, в которые не входит ни одна дуга (кроме начального события). Для исключения таких ситуаций вводятся дополнительные вершины и зависимости;
- 6) в случае транзитивных зависимостей для отображения всех предшествований можно использовать дополнительные дуги-зависимости (примыкания).

Существуют также *правила кодирования* событий:

- 1) каждое событие имеет уникальный номер;

2) номер последующему событию присваивается только после нумерации *всех* событий-предков;

3) дуга (стрелка) всегда направлена от события с меньшим номером в событие с большим номером.

При нумерации событий могут быть обнаружены замкнутые контуры. В этом случае необходимо пересмотреть построение графика и устранить проблему.

После кодировки событий последовательностью натуральных номеров $0, 1, \dots, n$ выполняется кодирование работ парой индексов (i, j) в соответствии с номерами событий предков и потомков.

При построении сетевого графика, как правило, сначала формируется эскизная модель, главная цель которой – отобразить логические связи между работами. После этого производится *упорядочение*: ликвидируются излишние связи и события, изменяется расположение событий, уменьшается количество пересечений.

Наиболее простой и эффективный способ упорядочения – это перемещение событий из одних областей графика в другие. Более сложным является метод *логического зонирования* – условное разбиение графика на вертикальные слои, так чтобы в один слой не попали два связанных работой события. После размещения всех событий в вертикальных слоях изменяется нумерация или перемещаются события, чтобы модель стала правильной.

Для примера проекта создания веб-сайта (п. 3.1) в соответствии с таблицей предшествования (табл. 3.1) покажем шаги преобразований сетевого графика.

1) Вначале построен *структурный граф* (рис. 3.8). В нем событиям присвоены имена. Этот шаг не является обязательным, но обладает наглядностью. Для компактности используют символьные обозначения работ и событий.

2) *Структурная модель* описывает последовательность работ и их связи. Отметим, что это уже оптимизированный вариант, в котором учтено, наполнению БД предшествуют Подготовка описаний и Разработка приложений. При этом окончанием этих работ соответствует одна вершина.

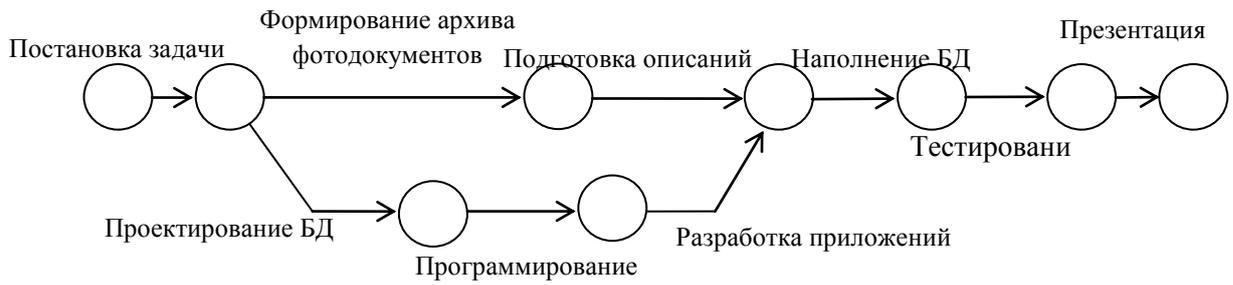


Рис. 3.8. Структура сетевой модели.

3) Выполним далее кодирование вершин (событий) в соответствии с правилами, как показано на рис. 3.9.

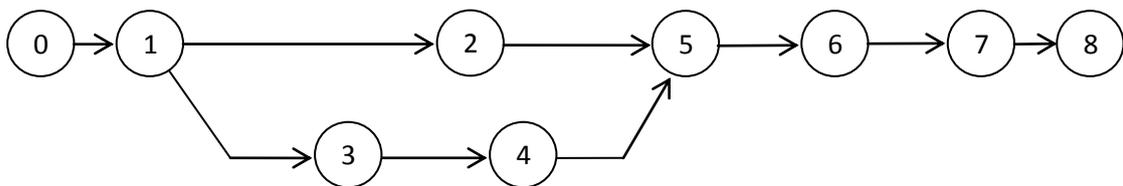


Рис. 3.9. Кодирование вершин сетевого графа.

4) Для упорядочения сетевого графика выполним зонирование – условное разделение на вертикальные слои (рис. 3.10).

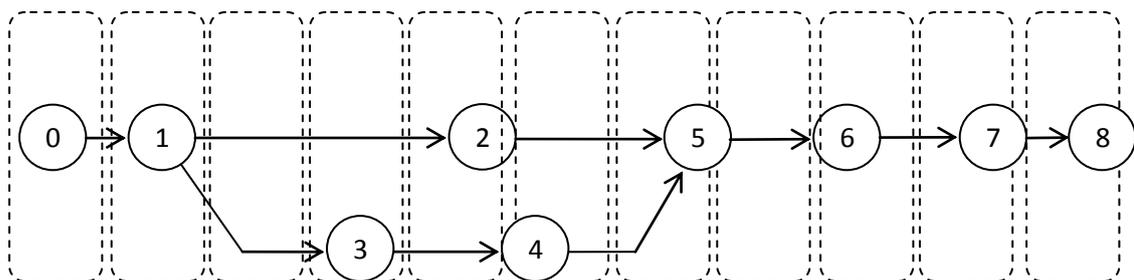


Рис. 3.10. Зонирование сетевого графика.

5) После этого на дуги упорядоченного графа наносятся веса – длительности выполняемых работ (рис. 3.11).

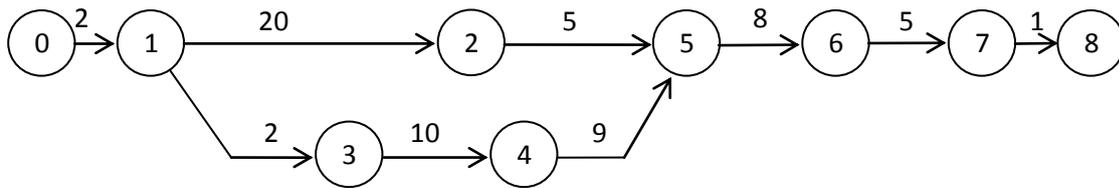


Рис. 3.11. Сетевой график проекта «Фотоархив».

3.6. Метод критического пути для детерминированного графика

Детерминированный сетевой график – это график, в котором определена топология (т.е. известно количество работ и все предшествования) и продолжительности работ. Метод критического пути (*Critical Path Method*) предполагает вычисление временных параметров событий и работ и определение критического пути как самого продолжительного пути от начального события к конечному.

Примем следующие обозначения: $0, 1, \dots, n$ – номера вершин-событий, (i, j) – работы, причем $i < j$, а t_{ij} – длительности работ.

Поскольку критический путь является самым продолжительным в сети, то для его нахождения и расчета параметров сети можно использовать метод динамического программирования.

1) *Временные параметры событий.*

Ранее время $T_p(j)$ наступления события j , или время, раньше которого событие наступить не может, вычисляется по формуле:

$$T_p(j) = \max_i \{T_p(i) + t_{ij}\}, \quad (3.1)$$

причем для начального события $T_p(0) = 0$.

Позднее время $T_n(j)$ наступления события j , или время, позже которого событие наступить не может, находится по формуле:

$$T_n(i) = \min_j \{T_n(j) - t_{ij}\}, \quad (3.2)$$

причем для конечного события $T_n(k) = T_p(k)$, что равно времени завершения всего комплекса работ.

Резерв времени события i : $R(i) = T_n(i) - T_p(i)$.

Все события критического пути имеют нулевой резерв времени. Длина критического пути находится как раннее и позднее время заключительного события: $T_{кр} = T_n(k) = T_p(k)$.

Если из продолжительности критического пути вычесть продолжительность любого другого пути, то получим *полный (общий) резерв* времени пути. Полный резерв пути показывает, что можно увеличить продолжительность всех работ пути, не изменяя конечного срока графика. Однако нельзя автоматически применить этот резерв ко всем работам некритического пути, поскольку в нем могут оказаться работы, принадлежащие и критическому пути.

Поэтому для всех работ сетевого графика вычисляется набор временных параметров и резервы времени.

2) *Временные параметры работ:*

- ранний срок начала работы $t_{pn}(i, j) = T_p(i)$;
- ранний срок окончания работы $t_{po}(i, j) = T_p(i) + t_{ij}$;
- поздний срок окончания работы $t_{no}(i, j) = T_n(j)$;
- поздний срок начала работы $t_{nn}(i, j) = T_n(j) - t_{ij}$.

Полный резерв времени работы (i, j):

$$\begin{aligned} r_n(i, j) &= t_{no}(i, j) - t_{po}(i, j) \text{ или} \\ r_n(i, j) &= T_n(j) - T_p(i) - t_{ij}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Частный (свободный, независимый) резерв времени работы (i, j):

$$\begin{aligned} r_c(i, j) &= \max\{0, r_n(i, j) - R(i) - R(j)\} \text{ или} \\ r_c(i, j) &= T_p(j) - T_n(i) - t_{ij}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Полный резерв показывает, на какое время можно увеличить продолжительность работы без изменения длительности проекта. Очевидно, что *полные резервы работ критического пути равны нулю*. Такие работы называются *критическими*. Использование полного резерва некритической работы приведет к тому, что эта работа и все другие работы содержащего ее пути станут критическими.

Свободный (частный) резерв соответствует случаю, если все предшествующие работы завершаются в поздние сроки, а все последующие начинаются в ранние сроки. Использование этого резерва не влияет на раннее начало других работ. Другими словами, частный резерв показывает, на сколько времени можно сдвинуть

раннее начало работы, не изменяя как раннего начала последующих работ, так и конечного срока графика.

Следует иметь в виду, что величина частного резерва времени работы не превосходит ее полного резерва, а *сумма частных резервов всегда равна полному резерву пути*.

Коэффициент напряженности работы определяется по формуле [14]:

$$K_n = 1 - \frac{r_n(i, j)}{T_{кр} - t_{кр(c)}},$$

где K_n – коэффициент напряженности работы; $t_{кр(c)}$ – продолжительность отрезка (или отрезков) критического пути, совпадающего с максимальным путем, которому принадлежит работа (i, j) . Для критических работ напряженность полагается равной 1.

Анализируя сетевые графики, можно заметить, что они отличаются не только количеством событий, но и числом взаимосвязей между ними.

Сложность сетевого графика оценивается коэффициентом сложности. Коэффициент сложности представляет собой отношение количества работ сетевого графика к количеству событий и определяется по формуле:

$$K_c = P / C,$$

где K_c – коэффициент сложности сетевого графика; P и C – количество работ и событий соответственно.

Принято считать *простыми* сетевые графики, имеющие коэффициент сложности от 1,0 до 1,5, *средней сложности* – с коэффициентом от 1,51 до 2,0 и *сложными* с более, чем 2,1.

Расчет параметров может выполняться вручную, непосредственно по формулам, либо с использованием специального вида таблиц [14]. После расчета временных параметров заполняется сводная таблица, которую вместе с графом используют для оптимизации проекта.

Рассмотрим далее пример проекта создания фотоархива, сетевой график которого был представлен на рисунке 3.11.

Найдем временные параметры событий.

Раннее время наступления событий (сверху вниз):

$$\begin{aligned}
 T_p(0) &= 0; \\
 T_p(1) &= 2; \\
 T_p(2) &= T_p(1) + 20 = 22; \\
 T_p(3) &= T_p(1) + 2 = 4; \\
 T_p(4) &= T_p(3) + 10 = 14; \\
 T_p(5) &= \max\{T_p(2) + 5; T_p(4) + 9\} = 27; \\
 T_p(6) &= T_p(5) + 8 = 35; \\
 T_p(7) &= T_p(6) + 5 = 40; \\
 T_p(8) &= T_p(7) + 1 = 41;
 \end{aligned}$$

Позднее время наступления событий (снизу вверх):

$$\begin{aligned}
 T_n(0) &= T_n(1) - 2 = 0; \\
 T_n(1) &= \min\{T_n(2) - 20; T_n(3) - 2\} = 2; \\
 T_n(2) &= T_n(5) - 5 = 22; \\
 T_n(3) &= T_n(4) - 10 = 8; \\
 T_n(4) &= T_n(5) - 9 = 18; \\
 T_n(5) &= T_n(6) - 8 = 27; \\
 T_n(6) &= T_n(7) - 5 = 35; \\
 T_n(7) &= T_n(8) - 1 = 40; \\
 T_n(8) &= T_p(8) = 41.
 \end{aligned}$$

Резервы времени событий составляют:

$$\begin{aligned}
 R(0) &= 0; R(1) = 0; R(2) = 0; R(3) = 4; R(4) = 4; \\
 R(5) &= 0; R(6) = 0; R(7) = 0; R(8) = 0.
 \end{aligned}$$

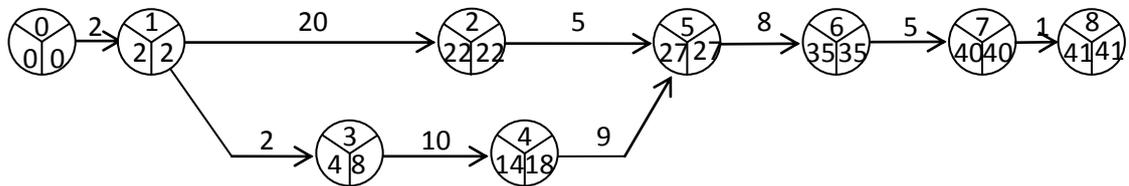


Рис. 3.13. Раннее и позднее время наступления событий.

Некритическими являются события 3 и 4. На рисунке 3.14 представлен сетевой график с отмеченным критическим путем. Длина критического пути $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8$ составляет $T_{кр} = 41$ день.

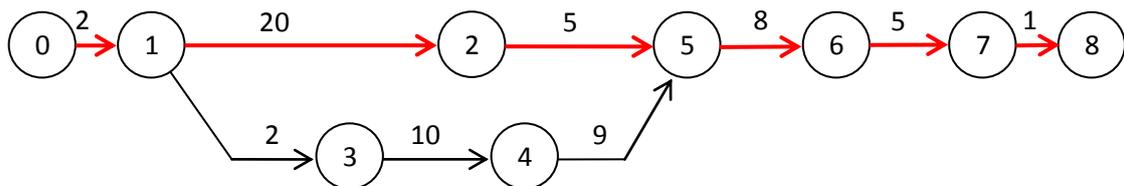


Рис. 3.14. Критический путь.

Некритический путь $0 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8$ имеет длину 37 дней. Полный резерв этого пути составляет $41 - 37 = 4$ дня.

Полные резервы времени работ, найденные по формуле $r_n(i, j) = T_n(j) - T_p(i) - t_{ij}$, составляют:

$$r_n(0,1) = 2 - 0 - 2 = 0;$$

$$r_n(1,2) = 22 - 2 - 20 = 0;$$

$$r_n(2,5) = 27 - 22 - 5 = 0;$$

$$r_n(1,3) = 8 - 2 - 2 = 4;$$

$$r_n(3,4) = 18 - 4 - 10 = 4;$$

$$r_n(4,5) = 27 - 14 - 9 = 4;$$

$$r_n(5,6) = 35 - 27 - 8 = 0;$$

$$r_n(6,7) = 40 - 35 - 5 = 0;$$

$$r_n(7,8) = 41 - 30 - 1 = 0.$$

3.7. Оптимизация проекта

Под оптимизацией проекта понимается его перепланирование или приведение параметров к заданным ограничениям. Оптимизация проводится по следующим параметрам [8, 14]: по времени, по ресурсам, по времени и стоимости. Приоритет отдается оптимизации по времени, так как от этого зависит оптимизация и по другим параметрам.

1) Если продолжительность работ по графику больше или меньше директивной продолжительности, проводится *оптимизация сетевого графика по времени*, предполагающая использование нескольких возможных методов.

Наиболее часто используется *метод сокращения продолжительности критических работ*: за счет перераспределения ресурсов с некритических работ на критические можно сократить срок проекта.

К другим методам оптимизации по времени относятся *метод расчленения и запараллеливания работ*, *метод изменения топологии сети за счет изменения технологии* и другие. Зачастую анализ графика приводит к обоснованию продления некоторых работ или включения дополнительных.

б) Цель *оптимизации сетевой модели по ресурсам* при планировании сложных проектов – обеспечение соответствия между

установленными сроками и имеющимися ресурсами. При выполнении проекта в рамках одной организации имеет значение равномерное использование трудовых ресурсов. Если первоначальный график, дополненный шкалой занятости, показывает что в разные дни число исполнителей значительно отличается, то в пределах имеющихся частных резервов времени, можно продлевать сроки выполнения и сокращать численность занятых.

Аналогично можно управлять материальными и денежными ресурсами, регулируя их ежедневную потребность.

в) Значительный интерес представляет *оптимизация сетевых графиков по времени и стоимости*, когда стоит вопрос, как уложиться в заданные сроки с минимальными дополнительными затратами.

При этом рассматривается заданная условно зависимость «время-стоимость». Для проведения оптимизации по каждой работе задаются предельные (сокращенные) и нормальные сроки выполнения, а также предельные и нормальные величины затрат. В координатах «время-стоимость» условная зависимость задается прямой линией по двум точкам (предельная и нормальная). После этого методом последовательного приближения достигается заданный предельный срок за счет сокращения продолжительности критических работ, имеющих минимальную величину удорожания. Автоматизация таких расчетов заложена в моделях *CPM-COST*, *PERT-COST*.

3.8. Технология *CPM-COST*

Технология *CPM* предполагает только проведение временного анализа проекта. Однако может быть так, что некоторые работы будут выполнены быстрее, чем предполагалось, но с некоторыми дополнительными издержками. Иногда это может породить заинтересованность руководителей к ускорению работ, несмотря на увеличение стоимости.

Временно-стоимостный анализ в рамках *CPM-COST* [13] предполагает, что каждая работа имеет фиксированную длительность и стоимость выполнения, причем издержки линейно зависят от длительности.

Пусть далее t_n – нормальная длительность, которой соответствуют минимальные издержки K_n ; t_p – предельная длительность, т.е. минимально возможная по техническим и технологическим причинам при предельных издержках выполнения K_p . Для работ, где сокращение длительности невозможно, $t_n = t_p$. Средний градиент издержек определим по формуле

$$S = \frac{K_p - K_n}{t_n - t_p}.$$

Схема применения технологии *CPM-COST* включает следующие этапы.

1. Определение критического пути в сетевом графике.
2. Определение предельной длительности t_p и предельных издержек K_p для каждой работы и расчет средних градиентов издержек S .

3. Процесс сокращения длительностей выполнения критических работ начинается с той, что имеет наименьший градиент издержек. Необходимо сократить длительность выполнения работы на как можно большее количество единиц времени. При этом учитываются предельные длительности работ и возможность появления других критических путей (если в последовательности некритических работ резерв времени уменьшится до нуля).

4. При наличии двух и более критических путей сокращение длительности производится на одно и то же количество единиц времени.

5. Когда длительности выполнения всех работ критического пути достигнут предельных значений, дальнейшее сокращение станет невозможным.

6. На каждом этапе можно рассчитывать издержки ускорения как произведение градиента издержек S на количество единиц времени сокращения. Сумма всех издержек составит совокупные дополнительные затраты. Остановку можно произвести на любом этапе с учетом объема дополнительных затрат.

Проиллюстрируем применение технологии на примере создания фотоархива, данные о котором приведены в таблице 3.1.

Считая нормальную длительность с минимальными издержками равной первоначально заданной (табл. 3.1), дополним эти данные значениями предельной длительности и издержек минимальных и предельных. Кроме того, рассчитаем значения градиентов издержек (табл. 3.4).

Таблица 3.4

Наименование работ	Код работ	Нормальная длительность	Предельная длительность	Нормальные издержки (тыс.д.е)	Предельные издержки (тыс.д.е)	Градиент издержек	Очередность сокращения	Сокращение на ... дней	Сокращенная длительность	Сокращение критического пути
		t_n	t_p	K_n	K_p					
Постановка задачи создания фотоархива	0,1	2	1	20	30	10	5	1	1	32
Формирование архива фотодокументов	1,2	20	17	100	120	6,67	3	3	17	35
Подготовка описаний	2,5	5	3	35	50	7,5	4	2	3	33
Проектирование базы данных	1,3	2	2	40	40	-	-	-		
Программирование	3,4	10	9	10	20	10				
Разработка приложений (запросы, редактирование)	4,5	9	8	55	65	10				
Наполнение базы данных документами фотоархива	5,6	8	7	15	20	5	2	1	7	38
Тестирование	6,7	5	3	25	30	2,5	1	2	3	39
Презентация	7,8	1	1	15	15	-	-	-	1	
Критический путь		41							32	

После определения очередности сокращения длительностей критических работ определяем величину сокращения, начиная с минимального градиента издержек 2,5 для работы (6,7). Величина сокращения может составить 2 единицы времени. Затем сокращается длительность работы (5,6) на 1 единицу времени.

После сокращения длительностей критических работ (1,2), (2,5), (0,1) оказывается, что критический путь изменился (рис. 3.15).

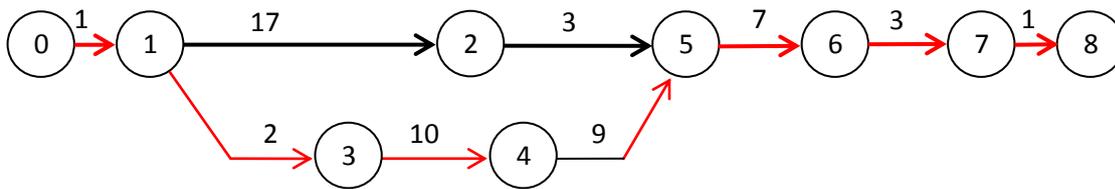


Рис. 3.14.

Значит, сокращению должны подвергнуться работы параллельного пути. Для работ (3,4) и (4,5) возможно сокращение на 1 единицу времени каждой. При этом на параллельном пути сокращение также должно составить 2 единицы времени, например, для работ(1,2) и (2,5).

Таблица 3.15

Код работы	Нормальная длительность	Предельная длительность	Нормальные издержки (тыс.д.е)	Предельные издержки (тыс.д.е)	Градиент издержек	Очередность сокращения	Сокращение на ... дней	Сокращенная длительность	Сокращение критического пути	Издержки (тыс.д.е.)
	t_n	t_p	K_n	K_p						
0,1	2	1	20	30	10	5	1	1	35	10
1,2	20	17	100	120	6,67	3	1	19	37	6,67
2,5	5	3	35	50	7,5	4	1	4	36	7,5
1,3	2	2	40	40	-	-	-			
3,4	10	9	10	20	10	6	1			10
4,5	9	8	55	65	10	7	1			10
5,6	8	7	15	20	5	2	1	7	38	5
6,7	5	3	25	30	2,5	1	2	3	39	5
7,8	1	1	15	15	-	-	-	1		5
	41							35		54,17

Критический путь после сокращения (рис. 3.15) будет иметь длину 35 дней с дополнительными затратами 54,17 тыс. д.е.

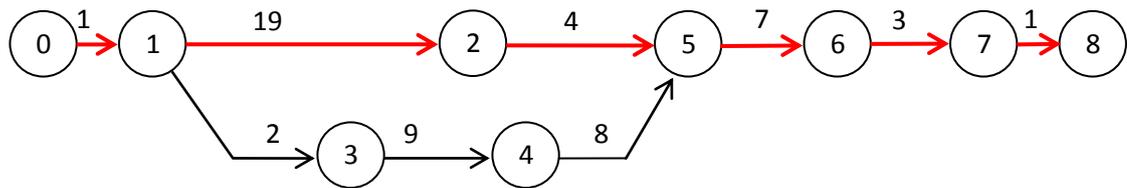


Рис. 3.15. Критический путь после сокращения.

3.9. Обобщенные сетевые модели

Детерминированные сетевые модели и методы их анализа, основанные на определении критического пути, являются очень продуктивными и доступными с точки зрения практического применения. Однако они требуют точных оценок длительностей работ и не могут учитывать различных обстоятельств, возникающих в ходе реализации проекта. К числу недостатков детерминированных моделей можно отнести возникающие ввиду неточных входных данных ошибки в оценке времени выполнения проекта, а также недостаточную гибкость в отображении технологических требований.

Обобщенные сетевые модели (ОСМ), предложенные в конце 60-х годов в работах В. И. Воропаева [1, 2] имеют более широкие возможности в отображении зависимостей событий и обеспечивают более адекватное моделирование технологических процессов при управлении сложным проектом, чем традиционные сетевые, оставаясь при этом детерминированными.

Эти модели позволяют отражать такие взаимосвязи между работами проекта, как совмещенное выполнение, непрерывность работ, учитывать переменную интенсивность и ограничения типа «не ранее» и типа «не позднее» на проект в целом, на отдельные работы и даже на части работ. Обобщенные сетевые модели позволяют существенно укрупнять моделируемый объект без потери значимости и достоверности информации.

Обобщенная сетевая модель по-прежнему формализуется ориентированным графом, но теперь в нем могут присутствовать циклы и отрицательные нагрузки дуг. Эти дуги не соответствуют реальным работам комплекса; в этом отношении они подобны

фиктивным работам, однако в отличие от последних *отрицательные дуги* не влияют на отношения предшествования между работами и событиями комплекса, а описывают *дополнительную информацию* о порядке и условиях выполнения работ.

В обобщенной сетевой модели задается система неравенств вида

$$T_j - T_i \geq \psi_{ij}, \quad (3.5)$$

где T_j, T_i – время наступления событий j и i , ψ_{ij} – произвольные действительные числа, а также абсолютные ограничения

$$l_i \leq T_i \leq L_j, \quad (3.6)$$

которые задаются для всех или некоторых событий.

Если величина ψ_{ij} положительна, то неравенство (3.5) или эквивалентное ему $T_j \geq T_i + \psi_{ij}$ означает, что событие j может наступить *не ранее, чем через ψ_{ij} дней после* наступления события i , а потому имеет тот же смысл, что и аналогичное неравенство в традиционных сетях. Если события i и j определяют работу (i, j) , то ψ_{ij} есть *минимальная* продолжительность этой работы: $\psi_{ij} = t_{\min}(i, j)$.

Если величина ψ_{ij} отрицательна, то неравенство (3.5), переписанное в виде $T_j \geq T_i - |\psi_{ij}|$ означает, что событие j может наступить *не ранее, чем за $|\psi_{ij}|$ дней до* наступления события i (а событие i в силу неравенства $T_i \leq T_j + |\psi_{ij}|$ должно наступить не позднее, чем через $|\psi_{ij}|$ дней после наступления события j).

Для соответствующей работы (i, j) это будет максимальная длительность:

$$-\psi_{ij} = t_{\max}(i, j) \text{ или } \psi_{ij} = -t_{\max}(i, j).$$

На сетевом графике неравенства (2.5) отображаются дугами с положительными и отрицательными нагрузками (рис 3.15).

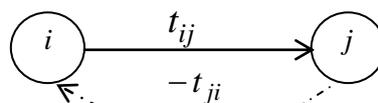


Рис. 3.15. Двусторонняя ограниченность продолжительности работы.

Для работы (i, j) это означает двусторонне ограничение продолжительности. Например, если $t_{ij} = 5, -t_{ji} = -7$, то работа (i, j) должна выполняться не менее 5, но не более 7 дней. Для отличия от положительных дуг, смысл которых тот же, что в традиционных моделях (и это однозначная оценка длительности работы), отрицательные дуги отображаются штрих-пунктиром.

Требование непрерывности выполнения работы (i, j) реализуется заданием параметров $\psi_{ij} = -|\psi_{ij}|$.

Если события i и j принадлежат разным работам, но связаны дугой (i, j) , то она интерпретируется как *зависимость*: при положительном ψ_{ij} событие j может свершиться *не ранее, чем через ψ_{ij} дней* после наступления события i ; при отрицательном ψ_{ij} событие i должно наступить *не позднее, чем через $|\psi_{ij}|$ дней* после наступления события j .

Например, с помощью такой зависимости можно выразить ограничение суммарной продолжительности нескольких работ (рис. 3.16) или непрерывность последовательности работ (рис. 3.17).

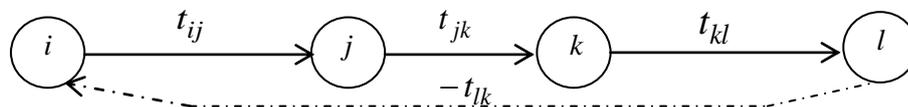


Рис. 3.16. Ограничение суммарной продолжительности работ.

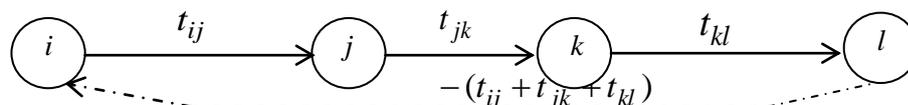


Рис. 3.17. Непрерывность последовательности работ.

Кроме того с помощью обобщенной сетевой модели можно отображать возможность частичного совмещения работ (рис. 3.18) и обязательность частичного совмещения работ (рис. 3.19).

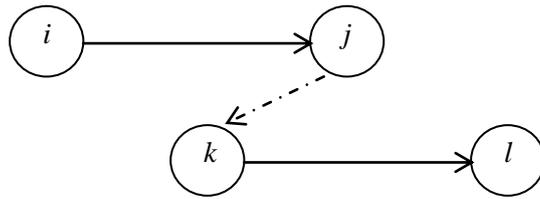


Рис. 3.18. Возможность частичного совмещения работ.

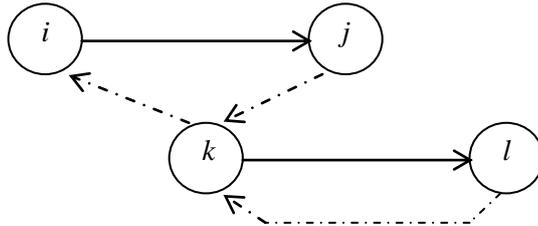


Рис. 3.19. Обязательность частичного совмещения работ.

Расчет временных параметров и критического пути в обобщенной сетевой модели может производиться по аналогии с детерминированной моделью, но при условии преобразования в форму, соответствующую списочному заданию работ.

Рассмотрим фрагмент обобщенной сети, представленный на рисунке 3.20.

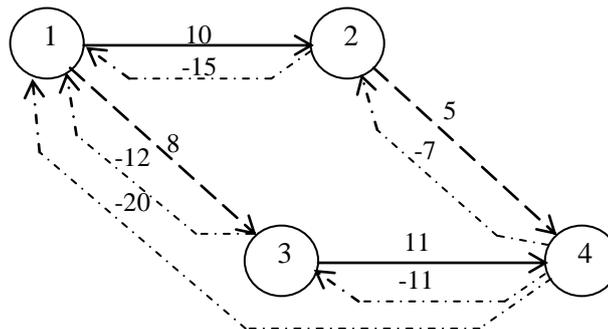


Рис. 3.20. Фрагмент обобщенной сети.

Здесь заданы две работы (1,2) и (3,4), продолжительности которых удовлетворяют требованиям: $10 \leq t_{12} \leq 15$ и $t_{34} = 11$ (работа (3,4) должна выполняться без перерыва).

Логические или технологические связи между работами отображены пунктирными стрелками. Начинать работу (3,4) можно не

ранее чем через 8 дней, но и не позднее чем через 12 после начала работы (1,2). Закончена работа (3,4) должна быть не ранее чем через 5 дней и не позднее чем через 7 после окончания работы (1,2).

Кроме того, окончание работы (3,4) технологически связано с началом работы (1,2) – между этими событиями должно пройти не менее 20 дней.

Как видно даже на этом маленьком примере, обобщенные сетевые модели способны обеспечивать более адекватное моделирование технологических процессов при управлении проектами, чем традиционные сетевые модели. Особенно большое значение такие модели приобретают при решении задач оптимизации планов по различным критериям, связанным с использованием ресурсов и соблюдением специальных технологических и организационных требований. К таким требованиям относится, например, условие непрерывности выполнения работ исполнителями на одном или разных проектах, непрерывность или ограничение перерывов между работами, ограничение сроков выполнения некоторых комплексов работ и т.п.

4. Детерминированные модели с вероятностными временными параметрами

4.1. Распределение временных параметров

В разделе 3 были рассмотрены детерминированные сетевые модели, в которых структура сети была заданной, а временные параметры работ (операций, задач) известны. В этом случае для оценки временных параметров сети успешно применяется метод критического пути (*CMP*).

В случаях, когда заранее известна структура, а работы подвержены случайным воздействиям, используются детерминированные модели с вероятностным (стохастическим) временем. Предполагается, что случайные величины продолжительности работ подчинены общему принятому закону распределения, параметры которого требуется установить.

Для оценки параметров таких сетей используется *метод оценки и пересмотра программ – Program (Project) Evaluation and Review Technique (PERT)*. Его главной задачей является контроль временных характеристик графика и прогнозирование вероятности успешного завершения программы.

В системах управления типа *PERT*, как правило, задаются три параметра для продолжительности работы:

- *оптимистическое время* (нижняя грань a области определения);
- *пессимистическое время* (верхняя грань b);
- *наиболее вероятное время* (мода распределения m).

Функция плотности распределения выбирается так, чтобы выполнялись свойства непрерывности, унимодальности, *пересечение с осью абсцисс в двух неотрицательных точках*. Исходя из того, что бета-распределение удовлетворяет этим свойствам, оно обычно выбирается в качестве закона распределения.

Функция плотности бета-распределения имеет следующий вид:

$$B(p, q, x) = \begin{cases} \frac{1}{B(p, q)} x^{p-1} (1-x)^{q-1} & \text{при } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{при } x < 0, x > 1 \end{cases}, \quad (4.1)$$

где бета-функция $B(p, q)$ задается соотношением

$$B(p, q) = \int_0^1 x^{p-1} (1-x)^{q-1} dx = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)},$$

в котором $\Gamma(z) = \int_0^1 e^{-t} t^{z-1} dt$ есть гамма-функция, причем для целых z ее значение задается формулой $\Gamma(z) = (z-1)!$.

Известно, что для бета-распределения начальный момент r -го порядка определяется формулой

$$\frac{1}{B(p, q)} \int_0^1 x^{r+p-1} (1-x)^{q-1} dx = \frac{B(p+r, q)}{B(p, q)}.$$

Тогда при $r = 1$ получим математическое ожидание

$$Mx = \frac{B(p+1, q)}{B(p, q)} = \frac{\Gamma(p+1)\Gamma(q)\Gamma(p+q)}{\Gamma(p+q+1)\Gamma(p)\Gamma(q)} = \frac{p}{p+q}, \quad (4.2)$$

а при $r = 2$ дисперсию

$$Dx = \frac{B(p+2, q)}{B(p, q)} - \left(\frac{p}{p+q} \right)^2 = \frac{p(p+1)}{(p+q)(p+q+1)} - \frac{p^2}{(p+q)^2} = \frac{pq}{(p+q)^2(p+q+1)}. \quad (4.3)$$

Замена переменной $x = \frac{t-a}{b-a}$, где $0 < a < b$ – постоянные величины, позволяет рассматривать распределение величины t из отрезка $a \leq t \leq b$:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{(b-a)^{p+q-1} B(p, q)} (t-a)^{p-1} (b-t)^{q-1} = C(t-a)^{p-1} (b-t)^{q-1}, & a \leq t \leq b, \\ 0, & t < a, \quad t > b. \end{cases}$$

График плотности бета-распределения зависит от комбинации параметров и принимает различные виды (рис. 4.1).

В [4] приводится теоретическое обоснование целесообразности использования закона бета-распределения для случайной величины времени выполнения работы.

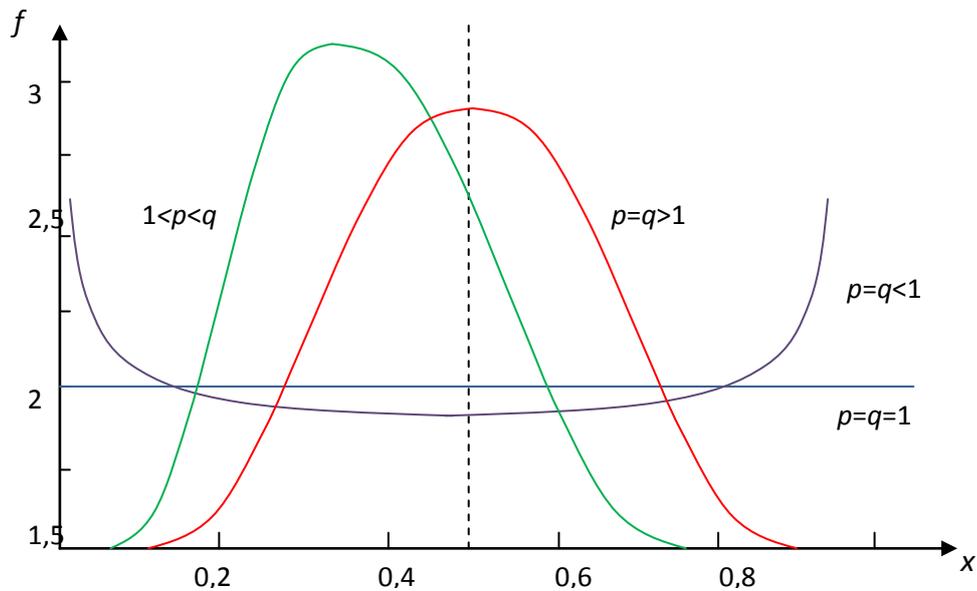


Рис. 4.1. Графики плотности бета-распределения.

В основу исследования и построения теоретико-вероятностного аппарата сетевой модели *PERT* положены следующие допущения [4]:

1) продолжительность произвольной работы $r(i, j)$ есть случайная величина, распределенная по закону бета-распределения на отрезке $[a, b]$ с плотностью $f(t) = C(t - a)^{p-1}(b - t)^{q-1}$, где C определяется из условия нормировки $\int_a^b f(t)dt = 1$;

2) математическое ожидание и дисперсия определяются для каждой работы по формулам

$$M(i, j) = \frac{a_{ij} + 4m_{ij} + b_{ij}}{6}, \quad \sigma^2(i, j) = \frac{(b_{ij} - a_{ij})^2}{36}, \quad (4.4)$$

где a_{ij} , b_{ij} и m_{ij} есть оптимистическая, пессимистическая и наиболее вероятная (мода) оценки длительности работы $r(i, j)$; эти оценки определяются экспертным методом.

Формулы (4.4) носят полуэмпирический характер. Они основаны на том, что при выбранных параметрах p и q теоретического распределения известны математическое ожидание $Mx = \frac{p}{p+q}$ (4.2) и

дисперсия $Dx = \frac{pq}{(p+q)^2(p+q+1)}$ (4.3). Рассматривая различные

значения этих параметров при некоторых дополнительных условиях, удалось увязать с ними значения моды и получить оценки вида (4.4), которые и приняты в методике *PERT*.

Задание трех указанных оценок не всегда является простым делом, в особенности для моды распределения. В [4] предложен подход, позволяющий, во-первых для каждой сетевой модели, задаваемой тремя параметрами, получить эквивалентную форму с двумя параметрами, а во-вторых, на основе многочисленных эмпирических исследований определить значения параметров p и q , подходящие для большого числа сетевых проектов, а именно, $p \approx 1, q \approx 2$.

Тем самым построен закон распределения с плотностью, зависящей лишь от двух параметров:

$$f(t) = C(t-a)(b-t)^2,$$

где C определяется из условия нормировки $\int_a^b f(t)dt = 1$ и принимает значение $C = \frac{12}{(b-a)^4}$. Тогда плотность распределения в интервале

$[a, b]$ имеет вид:

$$f(t) = \frac{12}{(b-a)^4} (t-a)(b-t)^2.$$

Это распределение также относится к классу бета-распределений и имеет следующие значения математического ожидания, моды и дисперсии:

$$Mx = \int_a^b xf(x)dx = \frac{3a+2b}{5}, \quad M(i, j) = \frac{2a_{ij} + b_{ij}}{3} \quad (4.5)$$

$$Dx = \int_a^b x^2 f(x)dx - \left(\frac{3a+2b}{5}\right)^2 = 0,04(b-a)^2; \quad \sigma^2(i, j) = 0,04(b_{ij} - a_{ij})^2 \quad (4.6)$$

Применение двухоценочной методики носит универсальный характер: ее можно использовать как при расчете детерминированных, так и вероятностных сетей. К недостаткам методики, относится сужение класса бета-распределений, а также большее отклонение распределения от действительного. Тем не менее, двухоценочная методика весьма эффективна для статистического моделирования сетевых проектов.

4.2. Методы расчета параметров вероятностных сетей в технологии PERT.

Существующие методы расчета можно условно разделить на две группы: 1) методы, основанные на вычислении оценок моментов или параметров распределения вероятностей длины критического пути (метод *PERT*, методы Фалкерсона, Клингена, Кларка); 2) методы вычисления аппроксимаций функции или плотности распределения вероятностей длины критического пути (методы Виленкина, Мартина, метод упрощения сетей и другие) [4].

Рассмотрим подробнее метод, применяемый, в системе *PERT*, наиболее часто используемый для соответствующего класса систем и основанный на следующих основных допущениях:

а) Пусть L есть некоторый частный путь в сети, состоящий из n работ $(i_{\nu-1}, i_{\nu})$, $\nu = 1, 2, \dots, n$, со случайными продолжительностями их выполнения, подчиненными закону *бета-распределения*. Тогда длина пути $t(L)$ считается распределенной по *нормальному закону* распределения со средним и дисперсией, определяемым по формулам

$$Mt(L) = \sum_{\nu=1}^n Mt(i_{\nu-1}, i_{\nu}), \quad (4.7)$$

$$Dt(L) = \sum_{\nu=1}^n Dt(i_{\nu-1}, i_{\nu}). \quad (4.8)$$

б) Распределение самого раннего срока $T_p(j)$ наступления события j сетевой модели, в которое входит k работ (i_{ν}, j) , $\nu = 1, 2, \dots, k$, со случайными временами t_{ν} их окончания, приравнивается распределению длины такого пути L из исходного события в событие j , у которого среднее значение длины (4.7) будет максимальным: $t_{\rho} = \max\{t_1, \dots, t_{\rho}\}$, где $\max_{1 \leq \nu \leq k} \{Mt_{\nu}\} = Mt_{\rho}$.

В системе *PERT* оцениваются следующие характеристики:

1) *Ожидаемое (раннее) время* $MT(i) = M(i)$ наступления события j определяется как сумма математических ожиданий (ожидаемых продолжительностей) времени выполнения работ, лежащих на *максимальном* пути из начального в j -е событие:

$$M(i) = Mt(L) = \sum_{\nu=1}^k Mt(i_{\nu-1}, i_{\nu}), \quad Mt(L) \geq Mt(L') \quad \forall L' : i_0 \rightarrow \dots \rightarrow i_k = i.$$

Дисперсия $DT(i) = D(i)$ времени наступления события j определяется как сумма дисперсий длительностей работ максимального пути L :

$$D(i) = \sum_{v=1}^k Dt(i_{v-1}, i_v).$$

В этих суммах величины $Mt(i_{v-1}, i_v)$ и $Dt(i_{v-1}, i_v)$ определяются PERT-формулами (4.5), (4.6).

2) Математическое ожидание и дисперсия раннего срока начала работы (i, j) равны соответственно математическому ожиданию и дисперсии раннего времени наступления события i :

$$Mt_{pn}(i, j) = M(i), \quad Dt_{pn}(i, j) = D(i) = \sum_{v=1}^n Dt(i_{v-1}, i_v)$$

Математическое ожидание и дисперсия раннего срока окончания работы (i, j) оцениваются по формулам:

$$Mt_{po}(i, j) = M(i) + Mt(i, j), \quad Dt_{po}(i, j) = DT(i) + Dt(i, j),$$

а стандартное отклонение

$$\sigma_{po}(i, j) = \sqrt{DT(i) + Dt(i, j)}.$$

3) С учетом обратного направления от более поздних событий к более ранним, рассчитываются математическое ожидание позднего срока наступления события:

$$MT_n(i) = MT_n(I) - Mt(L), \quad Mt(L) \geq Mt(L') \quad \forall L' : i \rightarrow \dots \rightarrow I, \quad (4.9)$$

где I – завершающее событие, $MT_n(I) = MT_{ран}(I) = MT(I)$, а L есть минимальный путь из события i в завершающее, и его дисперсия

$$DT_n(i) = DT_n(j) + Dt(i, j), \quad DT_n(I) = 0, \quad (4.10)$$

где работа (i, j) лежит на пути L , определенном формулой (4.9).

4) Математическое ожидание и дисперсия позднего срока окончания работы (i, j) равны соответственно математическому ожиданию и дисперсии позднего времени наступления события j :

$$Mt_{po}(i, j) = MT_n(j), \quad Dt_{po}(i, j) = Dt_n(j).$$

Математическое ожидание и дисперсия позднего срока окончания работы (i, j) равны соответственно

$$Mt_{po}(i, j) = MT_n(j) - Mt(i, j), \quad Dt_{po}(i, j) = DT(i) + Dt(i, j).$$

Таким образом, расчет вероятностных временных параметров сети основывается на эквивалентной полностью детерминированной сети, в которой длительности работ равны математическим ожиданиям длительностей в вероятностной сети. При этом используются вычислительные формулы и алгоритмы метода критического пути (СРМ).

5) Одной из основных вероятностных характеристик является оценка *вероятности наступления i -го события* в запланированный срок $T_{nl}(i)$:

$$P(T(i) \leq T_{nl}(i)) = \int_{-\infty}^{T_{nl}(i)} \varphi_i(x) dx.$$

Здесь $\varphi_i(x)$ – плотность распределения случайной величины $T(i)$, т.е. плотность нормального распределения с параметрами $M(i)$ и $D(i)$. Тогда

$$P(T(i) \leq T_{nl}(i)) = \frac{1}{\sigma(i)\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{T_{nl}(i)} \exp\left(-\frac{(x - M(i))^2}{2D(i)}\right) dx.$$

Введя переменную $z = \frac{(x - M(i))}{\sigma(i)}$ и используя функцию Лапласа

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \text{ получим окончательно:}$$

$$\begin{aligned} P(T(i) \leq T_{nl}(i)) &= P(-\infty < T(i) \leq T_{nl}(i)) = \Phi\left(\frac{T_{nl}(i) - M(i)}{\sigma(i)}\right) + -\Phi(-\infty) = \\ &= \Phi\left(\frac{T_{nl}(i) - M(i)}{\sigma(i)}\right) + \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

6) Одной из главных задач является получение достоверной оценки *времени выполнения сетевого проекта в целом*. Находится последовательность работ критического пути, проходящего через вершины $[\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_I]$, и вычисляются оценки параметров распределения длины K критического пути – математического ожидания $M(K)$, дисперсии $D(K)$ и стандартного отклонения $\sigma(K) = \sqrt{D(K)}$:

$$M(K) = \sum_{i=1}^{I-1} Mt(\xi_i, \xi_{i+1}),$$

$$D(K) = \sum_{i=1}^{I-1} Dt(\xi_i, \xi_{i+1}),$$

где значения $Mt(\xi_i, \xi_{i+1})$ и $Dt(\xi_i, \xi_{i+1})$ вычисляются по формулам (4.5), (4,6).

Вероятность того, что продолжительность всего проекта не превысит запланированной величины $T_{nl}(I) = K_{nl}$, равна значению

$$p = P(K \leq K_{nl}) = \frac{1}{\sigma(K)\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{K_{nl}} \exp\left(-\frac{(x - MK)^2}{2D(K)}\right) dx.$$

Используя средства вычисления интегральной функции стандартного нормального распределения $F(z)$, можно сразу найти эту вероятность:

$$p = F\left(\frac{K_{nl} - M(K)}{\sqrt{D(K)}}\right).$$

Если в распоряжении имеется таблица значений функции Лапласа, то вероятность находят по формуле:

$$P(K \leq K_{nl}) = P(-\infty < K \leq K_{nl}) = \Phi\left(\frac{K_{nl} - M(K)}{\sqrt{D(K)}}\right) + \frac{1}{2}.$$

Обратно, при заданной вероятности p из соотношения (4.20) можно выразить

$$\frac{(K_{nl} - M(K))}{\sqrt{D(K)}} = F^{-1}(p)$$

и найти

$$K_{nl} = M(K) + \sqrt{D(K)}F^{-1}(p),$$

что является оценкой предполагаемой продолжительности проекта.

Найденная так величина K_{nl} есть p -процентная доверительная оценка, или, как ее иначе называют, p -квантильная оценка времени выполнения проекта.

Аналогичные p -квантильные оценки времени наступления могут быть получены и для всех событий проекта:

$$T_{nl}(i) = M(i) + \sigma(i)F^{-1}(p) .$$

7) Вероятность отсутствия резерва для момента окончания работы (i, j) обычно оценивается по формуле

$$P(j) = P(T_n(j) - T_p(j) \leq 0) = 1 - \Phi\left(\frac{T_n(j) - T_p(j)}{\sigma(j)}\right)$$

Таким образом, вычислительные схемы метода *PERT* основаны на допущениях нормальности распределения длины критического пути, а найденное значение K_{nl} фиксируется в качестве p -квантильной оценки для времени выполнения проекта в целом. Этот факт относят к главным недостаткам метода *PERT*.

В [3] детально изучаются и подвергаются критике те положения метода, которые в практических задачах не выполняются и приводят к неадекватным оценкам. В [4] приводятся и другие известные подходы к расчету вероятностных оценок сети, их основные положения и достоинства. Однако простота алгоритмов расчета и получение большого числа временных характеристик сети обеспечили широкое распространение и развитие методов *PERT*.

В [13] приведена схема применения технологии *PERT*, включающая следующие этапы.

7. Определение проекта и подготовка к анализу его структуры.
8. Определение зависимостей между работами.
9. Построение сетевого графика.
10. Оценка временных характеристик работ (оптимистическая, пессимистическая, наиболее вероятная длительность выполнения)
11. Расчет математического ожидания и стандартного отклонения длительности выполнения работ.
12. Определение критического пути и оценка его длительности.

4.3. Пример анализа детерминированной сети с вероятностными временными параметрами

Рассмотрим пример из п. 3 проекта разработки фотоархива, в котором топология сети сохраняется (рис. 3.11), а продолжительности работ являются случайными величинами. Пусть для каждой работы известны три оценки продолжительности: оптимистическая, наиболее вероятная (мода) и пессимистическая (табл. 4.1).

Таблица 4.1.

Оценки времени выполнения работ.

Номер	Наименование работы	Предшес	Продолжительность (дней)
-------	---------------------	---------	--------------------------

работы		твующие работы	оптимистическая	наиболее вероятная	пессимистическая
1	Постановка задачи создания фотоархива	-	1	2	3
2	Формирование архива фотодокументов	1	18	20	25
3	Подготовка описаний	2	4	5	6
4	Проектирование базы данных	1	1	2	4
5	Программирование	4	8	10	13
6	Разработка приложений (запросы, редактирование)	4;5	7	9	12
7	Наполнение базы данных документами фотоархива	3;6	6	8	11
8	Тестирование	7	4	5	7
9	Презентация	8	1	2	3

Для вычисления математических ожиданий и дисперсий распределения времени выполнения работ перепишем данные таблицы 4.1 в соответствии с топологией сети и кодированием вершин в виде таблицы 4.2. Вычислим с использованием табличного процессора требуемые значения по формулам (4.4):

$$M(i, j) = \frac{a_{ij} + 4m_{ij} + b_{ij}}{6}, \quad \sigma^2(i, j) = \frac{(b_{ij} - a_{ij})^2}{36}.$$

Результаты расчетов внесены в таблицу 4.2.

Таблица 4.2.

Оценки математического ожидания и дисперсии работ.

Код работы	Наименование работы	Продолжительность (дней)			Математическое ожидание $M(i, j)$	Дисперсия $D(i, j)$
		оптимистическая a_{ij}	наиболее вероятная m_{ij}	пессимистическая b_{ij}		
(0,1)	Постановка задачи создания фотоархива	1	2	3	2,00	0,11
(1,2)	Формирование архива фотодокументов	18	20	25	20,50	1,36
(2,5)	Подготовка описаний	4	5	6	5,00	0,11
(1,3)	Проектирование базы данных	1	2	4	2,17	0,25

Код работы	Наименование работы	Продолжительность (дней)			Математическое ожидание	Дисперсия
		оптимистическая a_{ij}	наиболее вероятная m_{ij}	пессимистическая b_{ij}		
(3,4)	Программирование	8	10	13	10,17	0,69
(4,5)	Разработка приложений (запросы, редактирование)	7	9	12	9,17	0,69
(5,6)	Наполнение базы данных документами фотоархива	6	8	11	8,17	0,69
(6,7)	Тестирование	4	5	7	5,17	0,25
(7,8)	Презентация	1	2	3	2,00	0,11

Используя математические ожидания длительностей работ, рассчитаем все параметры сети (табл. 4.3) на основе формул для детерминированной сети:

- ранний срок начала работы $t_{pn}(i, j) = T_p(i)$;
- ранний срок окончания работы $t_{po}(i, j) = T_p(i) + t_{ij}$;
- поздний срок окончания работы $t_{no}(i, j) = T_n(j)$;
- поздний срок начала работы $t_{nn}(i, j) = T_n(j) - t_{ij}$;

- полный резерв времени работы (i, j) :

$$r_n(i, j) = t_{no}(i, j) - t_{po}(i, j) \text{ или } r_n(i, j) = T_n(j) - T_p(i) - t_{ij};$$

- свободный резерв времени работы: $r_c(i, j) = T_p(j) - T_n(i) - t_{ij}$.

Таблица 4.3.

Временные параметры работ.

Код работы (i, j)	Математическое ожидание	Дисперсия	Раннее время		Позднее время		Резерв работы		Критические работы
	$M(i, j)$	$D(i, j)$	начала $t_{pn}(i, j)$ $T_p(i)$	окончания t_{po}	начала t_{nn}	окончания $t_{no}(i, j)$ $T_n(j)$	полный $r_n(i, j)$	свободный $r_c(i, j)$	
(0,1)	2,00	0,11	0	2,00	0	2,00	0	0	(0,1)
(1,2)	20,50	1,36	2,00	22,5	2,00	22,5	0	0	(1,2)
(2,5)	5,00	0,11	22,5	27,5	22,5	27,5	0	0	(2,5)
(1,3)	2,17	0,25	2,00	4,17	5,99	8,16	3,99	0	
(3,4)	10,17	0,69	4,17	14,34	8,16	18,33	3,99	0	
(4,5)	9,17	0,69	14,34	23,51	18,33	27,5	3,99	0	
(5,6)	8,17	0,69	27,5	35,67	27,5	35,67	0	0	(5,6)
(6,7)	5,17	0,25	35,67	40,84	35,67	40,84	0	0	(6,7)
(7,8)	2,00	0,11	40,84	42,84	40,84	42,84	0	0	(7,8)

В вероятностном графике математическое ожидание длины критического пути составляет $M(K) = 42,83$ дней, в критический путь входят все вершины, кроме 2 (рис. 4.1) и все работы, кроме (1,3), (3,4), (4,5). Дисперсия длины критического пути $D(K) = 2,64$, а стандартное отклонение $\sigma(K) = 1,62$ дня.

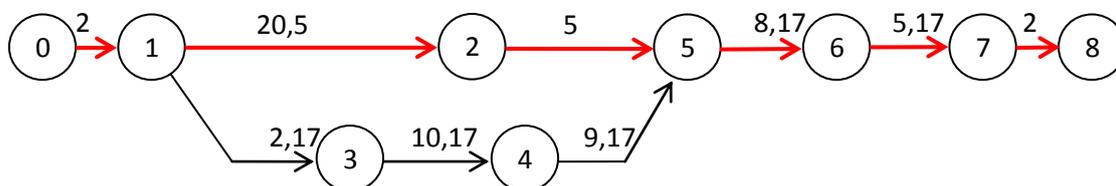


Рис. 4.1. Критический путь в детерминированном графе с вероятностными оценками времени.

Вероятность завершения проекта за 41 день, как это было для детерминированной задачи (п. 3.6), составляет:

$$P(K \leq K_{nl}) = F\left(\frac{K_{nl} - M(K)}{\sqrt{D(K)}}\right) = F\left(\frac{41 - 42,83}{\sqrt{2,64}}\right) = F(-1,1324) = 0,1287.$$

Вероятность завершения проекта за 44 дня составит:

$$P(K \leq K_{nl}) = F\left(\frac{44 - 42,83}{\sqrt{2,64}}\right) = F(0,7139) = 0,7623.$$

Таким образом, расчет параметров сетевого графика в данном примере, выполненный в соответствии с методикой *PERT*, приводит к вполне реалистичным результатам с учетом возможности сравнения с детерминированным графиком.

4.4. Технология *PERT-COST*

При необходимости оптимизации комплекса работ при проектировании или при контроле графика выполнения может возникнуть потребность сокращения длительностей некоторых работ. И хотя оценка длительности предполагает соблюдение заданного качества, а при сокращении времени качество может снизиться, тем не менее, в ряде случаев привлечение дополнительных ресурсов и технологий может обеспечить сокращение времени, но с увеличением затрат. Технология *PERT-COST* предназначена для поиска оптимального сокращения длительности проекта в сетях *PERT* при минимальных затратах [13].

Предполагается, что наибольшему сокращению сроков подвергаются те критические работы, выполнение которых связано с наименьшими издержками. Каждая работа, согласно принципам *PERT*, описывается группой параметров (a, m, b, M, D) , к которым добавляются еще ожидаемая нормативная длительность t_{en} при минимальных издержках K_n и ожидаемая предельная длительность t_{egr} , обусловленная техническими и технологическими ограничениями и издержками K_{gr} .

Согласно допущениям *PERT-COST*, затраты линейно зависят от длительности работы, и можно при росте от нормальной до предельной длительности работы рассчитать средний градиент роста издержек (прирост издержек в единицу времени):

$$S = \frac{K_{gr} - K_n}{t_{en} - t_{egr}}. \quad (4.21)$$

Вводится также дополнительное условие постоянства отношений длительностей каждой работы:

$$\frac{a}{t_{en}} = r_1 ; \quad \frac{b}{t_{en}} = \frac{b_{gr}}{t_{egr}} = r_2 .$$

Тогда стандартное отклонение для сокращения длительности работы можно выразить формулой: $\sigma = \sqrt{\frac{(r_1 - r_2)^2}{36}} t_{es}$, где t_{es} – сокращенная длительность выполнения работы.

Затраты на ускорение каждой работы рассчитываются как произведение градиента издержек на количество единиц времени, на которые сократилась длительность работы:

$$K_i = (t_{en} - t_{es})S. \quad (4.22)$$

Схема применения метода *PERT-COST* включает следующие шаги.

13. Определение критического пути и срока окончания проекта на основе ожидаемых нормальных длительностей работ.

14. Расчет градиентов критических работ и исключение работ, для которых градиент не существует ($t_{en} = t_{egr}$).

15. Определение критической работы с наименьшим градиентом издержек и начало сокращения длительностей с учетом а) предельной длительности t_{egr} каждой работы и б) появления нового критического пути, если в сокращаемых по времени работах исчезает резерв времени.

16. При наличии двух или более критических путей сокращать длительности на одну и ту же величину на всех параллельных критических путях.

17. Кратчайшая длительность всего проекта достигается, когда длительности выполнения всех работ критического пути достигнут значения t_{egr} .

18. Затраты на ускорение каждой работы рассчитываются по формуле (4.22), а на весь проект как сумма затрат на ускорение всех работ.

Пример 4.3. Вновь рассматривая проект «Фотоархив», предположим, что получен дополнительный объем средств, которые можно направить на ускорение проекта, с тем, чтобы завершить его раньше срока. Начальные оценки длительностей и длина критического пути $M(K) = 42,83$ для этого проекта найдены ранее в

п. 4.3. В таблице 4.4. для каждой работы приведены оптимистическое, пессимистическое и наиболее вероятное время, а также ожидаемое нормальное t_{en} , предельное t_{egr} время выполнения и дополнительные издержки – нормальные K_n и предельные K_{gr} .

Таблица 4.4.

Оценки длительностей работ.

Код работы (i, j)	Исходные оценки			t_{en}	t_{egr}	K_n	K_{gr}	S	$\frac{a}{t_{en}} = r_1$	$\frac{b}{t_{en}} = r_2$
	a	m	b							
(0,1)	1	2	3	2	1	20	30	10	0,5	1,5
(1,2)	18	20	25	18	16	100	120	10	1	1,3889
(2,5)	4	5	6	5,5	4,5	35	50	15	0,7273	1,0909
(1,3)	1	2	4	2	2	40	40	-	-	-
(3,4)	8	10	13	9	7	10	20	5	0,8889	1,4444
(4,5)	7	9	12	8,5	7,5	55	65	10	0,8235	1,4117
(5,6)	6	8	11	7	6	15	20	5	0,8571	1,5714
(6,7)	4	5	7	5	5	25	25	-	-	-
(7,8)	1	2	3	2	1	15	18	3	0,5	1,5

Затем рассчитаны значения градиента $S = \frac{K_{gr} - K_{en}}{t_{en} - t_{egr}}$, которые существуют для всех работ, кроме (1,3) и (6,7), а также отношения оптимистической и пессимистической длительностей $\frac{a}{t_e} = r_1$ и $\frac{b}{t_{en}} = r_2$.

В таблицу 4.5. включены критические работы, начиная с минимального значения градиента 3 для работы (7,8) и в порядке возрастания градиента издержек.

Таблица 4.5.

Расчет сокращения длительностей и дополнительные издержки

Код работы	Порядок сокращения	Сокращение на...дней	Сокращенная длительность	Сокращение критического пути	Издержки
7,8	1	1	1,00	41,83	3
5,6	2	1	7,17	40,83	5
0,1	3	1	1,00	39,83	10
1,2	4	2	18,50	37,83	20
2,5	5	1	4,00	36,83	15

Сокращенная длительность работ оценена как разность математического ожидания длительности работы (табл. 4.3) и времени, на которое сокращается длительность.

Критический путь сохранялся после каждого шага сокращения длительностей и составил в итоге 36,83 дня с дополнительными затратами в объеме 53 д.е.

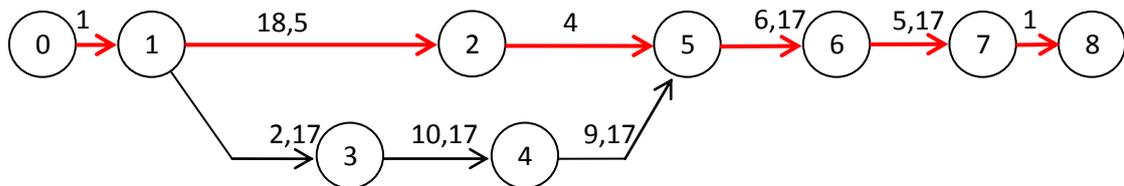


Рис. 4.2. Критический путь в графе после сокращения длительностей.

5. Альтернативные (стохастические) сетевые модели

5.1. Подходы к моделированию и классификация стохастических сетей

При разработке сложных, не имеющих аналогов проектов, неопределенность проявляется не только в вероятностных параметрах продолжительности выполнения операций, но и в вероятностном характере структуры исполнения всего процесса. Это обусловлено множеством возможных вариантов достижения промежуточных и конечных результатов.

Неопределенность структуры носит как субъективный характер при прогнозировании событий и этапов, так и объективный, заданный самой *стохастической природой* исследуемых процессов. Свою роль в этом могут играть факторы внешней среды, погодные и климатические условия, полученные экспериментальные результаты, испытательные или поисковые процессы. В значительной мере такие процессы характерны для научно-исследовательских проектов, политических и социальных программ, экономических процессов, зависящих от курсов валют и цен на важнейшие ресурсы, и для многих других сфер.

В таких случаях возникает необходимость принятия решения о выборе альтернатив, откуда и появилось название для такого типа моделей – *альтернативные сетевые модели* (АСМ-модели) [4]. В другой терминологии [13, 15] такие модели называют *стохастическими*. При планировании и управлении такими проектами возникают новые задачи поиска всех вариантов достижения цели проекта, формирования соответствующих им структур и оценки параметров сетевого комплекса. В результате сравнения параметров (временных, ресурсных, финансовых) различных вариантов можно выявить наилучшие или предпочтительные для данной обстановки.

Многовариантные процессы создания сложных комплексов не ограничиваются наличием только чисто стохастических альтернатив. Во многих процессах возникают некоторые точки ветвления, порождающие *детерминированные структуры*, конкурирующие между собой. Принятие решения о выборе пути выполнения проекта является процедурой управления. Как правило, такие детерминированные альтернативы возникают при наличии известных аналогов, и выбор предусматривается еще на стадии планирования. Если многовариантный проект содержит только детерминированные точки ветвления, он является полностью управляемым.

Рассмотрим некоторые подходы к моделированию альтернативных сетей.

5.1.1. Первые разработки по тематике стохастических (обобщенных) сетей относятся к исследованиям Г. Эйснера (*H. Eisner*, 1962), который предложил метод «планирования и составления расписаний с решающими событиями». Аппарат сетей типа *PERT* был дополнен элементом «*ab*-событие» (*решающее событие*), на выходах которого допускались реализации логических возможностей И / ИЛИ, то есть многовариантный выход из события. Момент наступления такого события позволяет определить начало только одной работы, а не нескольких одновременно, как это было в сетях *PERT*. Такие сети получили название сетей *GAN* (*Generalized Activity Network*). *Типология вершин*, предложенная Эйснером, рассматривается далее в п. 5.2. Эйснером были рассмотрены также следующие процедуры:

- выявление возможных исходов (конечных состояний) проектируемого процесса и их логических взаимоотношений; расчёт вероятностей реализации исходов;
- оценка энтропии как меры неопределённости конечных результатов стохастического сетевого проекта и сравнение различных по величине энтропии проектов;
- расчёт времени реализации и составление календарного расписания для сетевого проекта.

5.1.2. Другое направление построения и анализа обобщенных сетевых планов представлено в работах Салаха Элмаграби (*S. E. Elmaghaby*), который для сетей с типологией вершин Эйснера предложил *алгебру графов* – метод последовательного эквивалентного преобразования обобщенной сети путем сведения ее фрагментов к агрегированным ветвям, заменяющим эти фрагменты. В результате применения набора стандартных правил сеть преобразуется к одной эквивалентной для всего проекта ветви, характеристики которой позволяют судить о параметрах сложного стохастического проекта. К основным результатам этого подхода относятся:

- 1) разработка алгебры анализа и преобразования обобщенных сетевых планов;
- 2) разработка метода анализа, основанного на выделении двух типов модулей – *неприводимых* сетей (исключение любой вершины приводит к сумме условных вероятностей меньше 1) и *пучков* (неприводимая сеть, с одной и более вершинами типа «И»);
- 3) исследование случая зависимого параллельного развития основного и «контролирующего» направлений;

4) исследование частного вида сетей с вершинами типа «исключающее ИЛИ».

5.1.3. Одно из крупных направлений связано с разработками систем *GERT* (*Graphical Evaluation and Review Technique*, метод графической оценки и анализа, 1966) и *VERT* (*Venture Evaluation and Review Technique*, Метод оценки и анализа рисков, 1981). Наиболее важным отличием этих систем является реализация для них специализированных языков и алгоритмов анализа и расчета.

В этих системах используются как элементы алгебры графов Элмаграби, так и сети *GAN* с введенной Эйснером типологией вершин. Для описания сетевых технологий используются графы потоков сигналов *SFG* (*Signal Flow Grafts*), предложенные С. Дж. Мейснером для анализа электрических сетей.

При преобразовании и расчете сетей используются методы производящих функций с целью аналитического определения длительности путей между двумя вершинами стохастического сетевого графика.

5.1.4. В работах Г. С. Поспелова и В. А. Боришпольца предложена стохастическая сетевая модель, которая включает семь типов событий с тремя типами входов и выходов вершин, на которых реализуются логические операции «И», «ИЛИ», «исключающее ИЛИ», а также определением нового типа выхода – «временной различитель».

Все описанные ранее системы *PERT*, *GERT* и *VERT* не носят управляющего характера. Необходимость включения управляющих воздействий привела к созданию АСМ, имеющих в своем составе детерминированные точки ветвления и осуществляющих в этих точках принятие решений, т. е. корректировку управления проектом на стадии оперативного управления. В монографии [4] приведены ссылки на работы ее автора Д. И. Голенко-Гинзбурга, где были рассмотрены управляющие АСМ-модели *CAAN* (*Controlled Alternative Activity Network*) и *GAAN* (*Generalized Alternative Activity Network*).

В этих работах дается определение смешанной (детерминировано-стохастической) сети, включающей как чисто стохастические ситуации ветвления альтернатив (неконтролируемые проектировщиком в момент разработки модели процесса), так и точки ветвления детерминированного характера, в которых может быть произведен управляемый выбор того или иного варианта развития процесса. Каждому из стохастических вариантов соотносится априорная вероятность его реализации. Управляемым альтернативам соответствуют единичные вероятности, что показывает

осуществимость этих вариантов независимо от будущих условий их реализации.

Классификации альтернативных моделей согласно [4], опирающаяся на разновидности *природы вариантов* моделируемой программы (проекта), включает *три основные группы*:

- однородные детерминированные сети, отображающие чисто детерминированные многовариантные программы;
- неоднородные (смешанные) детерминировано-стохастические сети, отображающие программы смешанного типа;
- однородные стохастические сети, отображающие чисто стохастические программы.

Каждая из указанных групп моделей включает *два типа сетей*, предназначенных для исследования:

- *одноцелевых* программ, характеризующихся высокой степенью взаимосвязи работ, наличием единой цели и полнотой вариантных путей;
- *многоцелевых* программ, имеющих несколько целей либо допускающих расчленение на ряд независимых программ достижения одной и той же цели (указанные программы, начиная с некоторого момента, представляют собой независимые комплексы операций).

По принадлежности отдельных работ к двум и более конкурирующим вариантам альтернативные модели разделяются на два вида: *не вполне разделимые* сети, *вполне разделимые* сети.

Альтернативные сетевые модели любых типов имеют *две модификации*, по способу задания *параметров* элементарных операций исследуемой программы:

- *детерминированному* (однооценочному), при котором величина оцениваемого параметра является фиксированной;
- *вероятностному* (двух- или трехоценочному), когда параметры операций являются случайными величинами, распределенными по вероятностному закону.

Наконец, в соответствии с допускаемыми в сетевой модели *топологическими конфигурациями* и *типами используемых событий* можно выделить четыре типа структур альтернативных сетей (для моделей с любым сочетанием вышеуказанных признаков):

- сетевые структуры без контуров и петель, допускающие наличие только разъединительных путей
- сетевые структуры с контурами и петлями, имеющие только разъединительные пути на дереве исходов;

- сетевые структуры без контуров и петель, имеющие как разъединительные, так и соединительные пути;
- сетевые структуры наиболее общего вида, допускающие наличие контуров и петель, соединительных и разъединительных путей.

5.2. Схема применения технологии GERT

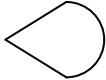
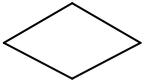
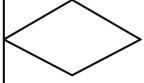
Основные этапы применения технологии *GERT* таковы:

- создание стохастической сетевой модели на основе качественного описания системы;
- сбор данных для описания каждой дуги сети;
- минимизация сети (получение эквивалентной функции из одной дуги между двумя узлами сети);
- преобразование полученной функции в показатели эффективности сети (вероятность реализации каждого узла; функция времени в замещающей сети);
- оценка полученных в предыдущих пунктах результатов.

5.2.1. Построение стохастической сети. *Типология вершин* (по Эйснеру) связана с реализацией на входах и выходах логических функций. Каждая вершина (событие) имеет вход (предшествующие работы) и выход (последующие работы). На входе могут выполняться логические функции «И», «ИЛИ», исключаяющее «ИЛИ». На выходе практически могут выполняться две функции: «И», «ИЛИ». В зависимости от сочетаний видов входных и выходных функций определяются основные типы вершин (событий).

В таблице 5.1. представлены основные типы вершин и их обозначения с указанием входных и выходных функций (логических операций). Некоторые авторы [4] отказываются от операции «ИЛИ», и тогда типов событий остается четыре.

Таблица 5.1.

Выход из вершины		Детерминированный «И» – могут начаться все следующие работы	Вероятностный «ИЛИ» – может начаться как минимум одна из следующих работ
Вход в вершину			
«И» – Узел выполняется, если выполнены все дуги, входящие в него. (Событие произойдет, если закончатся все предшествующие работы)		\tilde{x} 	$\tilde{\alpha}$ 
«ИЛИ» – Узел выполняется, если выполнена любая из дуг, входящих в него. (Событие произойдет, если закончится какая-либо из предшествующих работ)			
Исключающее «ИЛИ» – Узел выполняется, если в данный момент выполнена одна и только одна из дуг, входящих в него. (Событие произойдет, если закончится одна и только одна из предшествующих работ)		$\tilde{\beta}$ 	$\tilde{\gamma}$ 

В современных подходах зачастую не рассматривается отдельно вход «ИЛИ», и различие вершин описывается четырьмя типами: \tilde{x} , $\tilde{\alpha}$, $\tilde{\beta}$, $\tilde{\gamma}$ [4]. Особыми событиями являются начальное и конечное. Начальное событие может быть детерминированным или вероятностным (\tilde{x} или $\tilde{\alpha}$). Конечное событие может быть только детерминированным (\tilde{x} или $\tilde{\beta}$).

Вероятностные события типа $\tilde{\alpha}$ и $\tilde{\gamma}$, соответствующие ситуациям возникновения вариантов, называют также *альтернативными* или α -событиями. В сети *GERT* могут быть контуры и петли, поскольку некоторые события могут наступать более одного раза.

В результате анализа постановки задачи и структурного разбиения работ определяется общее число и типы событий, а также связывающие их дуги (работы).

Сбор данных предполагает определение всей содержательной информации о проекте, включая длительности всех работ t_{ij}

(детерминированным или вероятностным PERT-заданием), вероятности их выполнения p_{ij} , оценки затрат ресурсов и др. Это достаточно сложный и ответственный этап, который может определить исход проекта.

Вероятности исходов в альтернативных вершинах могут быть заданы:

- экспертным методом, когда оценки субъективно задаются на основе имеющегося опыта;
- методом Монте-Карло путем подсчета частоты попадания дуги в критический путь при розыгрыше различных ситуаций относительно случайных временных параметров на их допустимых интервалах.

Пример 5.1. Рассмотрим формальную альтернативную сеть, представленную на рисунке 5.1. Вершины (события) с номерами 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12 являются детерминированными (\tilde{x} -вершинами).

Вершины с номерами 0 и 3 предполагают два возможных исхода и являются вероятностными вершинами (типа $\tilde{\alpha}$). Вершины 7 и 11 имеют альтернативы на входе и выходе, то есть являются вершинами типа $\tilde{\gamma}$.

Конечные вершины 13, 14, 15 могут иметь альтернативы только на входе, то есть относятся к типу $\tilde{\beta}$.

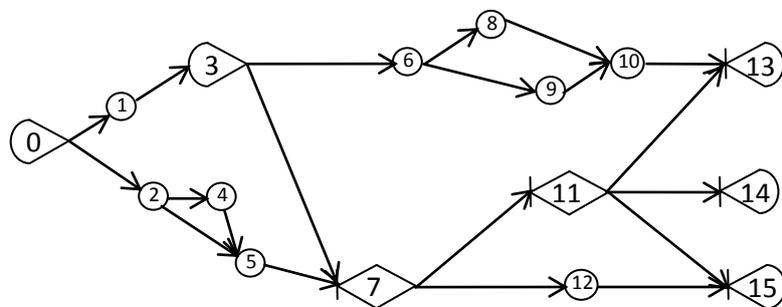


Рис. 5.1. Пример альтернативной сети.

5.3. Минимизация стохастической сети

Предполагается преобразование сети к виду, в котором она будет включать только альтернативные вершины. Такая агрегированная структура получила название *дерева исходов* и обозначение $D(A, V)$, где A – множество вершин дерева, отображающих множество альтернативных событий исходного графа,

V – множество дуг дерева, представляющих собой результат эквивалентного преобразования целых фрагментов исходной сети. Дерево исходов $D(A, V)$ отражает развитие процесса, фиксируя прохождение его через ситуации, требующие принятия решений о дальнейшем ходе процесса.

Рассмотрим основные правила преобразования стохастических сетей в соответствии с [13].

5.3.1. Сокращение последовательных работ (рис. 5.2).

Преобразование параметров:

$$p_s = p_i p_j, t_s = t_i + t_j. \quad (5.1)$$

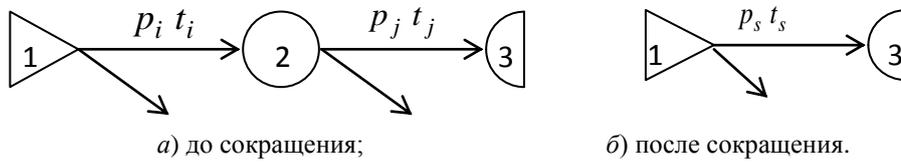


Рис. 5.2. Сокращение последовательных работ.

5.3.2. Сокращение параллельных дуг с операциями «И» – «И» (рис. 5.3).

$$p_i = p_j = 1, p_s = p_i p_j = 1, t_s = \max\{t_i, t_j\}. \quad (5.2)$$



Рис. 5.3. Сокращение параллельных работ «И» – «И».

Если несколько работ выполняются одновременно и для наступления события все они должны быть выполнены, то ожидаемый срок наступления этого события определяется работой с максимальной длительностью.

5.3.3. Сокращение параллельных дуг с операциями «И» – «ИЛИ» (рис. 5.4).

Преобразование параметров:

$$p_i = p_j = 1, p_s = p_i p_j = 1, t_s = \min\{t_i, t_j\}. \quad (5.3)$$





а) до сокращения;

б) после сокращения.

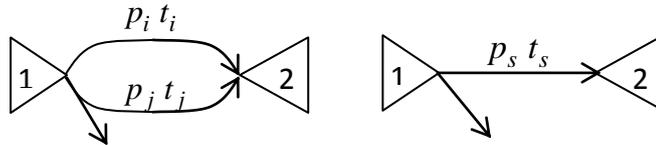
Рис. 5.4. Сокращение параллельных работ «И» – «ИЛИ».

Если несколько работ выполняются одновременно и реализация любой из них обеспечивает наступление события, то ожидаемый срок наступления этого события определяется работой с минимальной длительностью.

5.3.4. Сокращение параллельных дуг с операциями «ИЛИ» – «ИЛИ» (рис. 5.5).

Преобразование параметров:

$$p_s = p_i + p_j, \quad t_s = \frac{p_i t_i + p_j t_j}{p_i + p_j}. \quad (5.4)$$



а) до сокращения;

б) после сокращения.

Рис. 5.5. Сокращение параллельных работ «ИЛИ» – «ИЛИ».

Если же имеется n параллельных работ и не все исходящие из узла события 1 направлены в узел события 2, то верны формулы

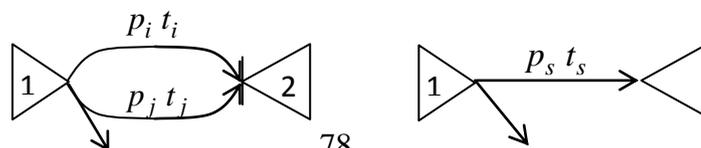
$$p_n = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_i), \quad t_n = \sum_{i=1}^n t_i p_i \prod_{i=1}^n (1 - p_{i-1}), \quad (5.5)$$

При условии, что $p_0 = 0$ и $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$.

5.3.5. Сокращение параллельных дуг с операциями «ИЛИ» – «исключающее ИЛИ» (рис. 5.6).

Преобразование параметров:

$$p_s = p_i + p_j, \quad t_s = p_i t_i + p_j t_j. \quad (5.6)$$



два типа минимизации (рис.5.9): сокращение контура (а) до петли (б) и сокращение контура без петли (в).

Преобразование параметров:

$$(б) p_{s1} = p_i p_k, t_{s1} = t_i + t_j; \quad (5.9)$$

$$(в) p_{s2} = \frac{p_i p_j}{1 - p_i p_k}, t_{s2} = t_i + t_j + \frac{p_i p_k (t_i + t_j)}{1 - p_i p_k} \quad (5.10)$$

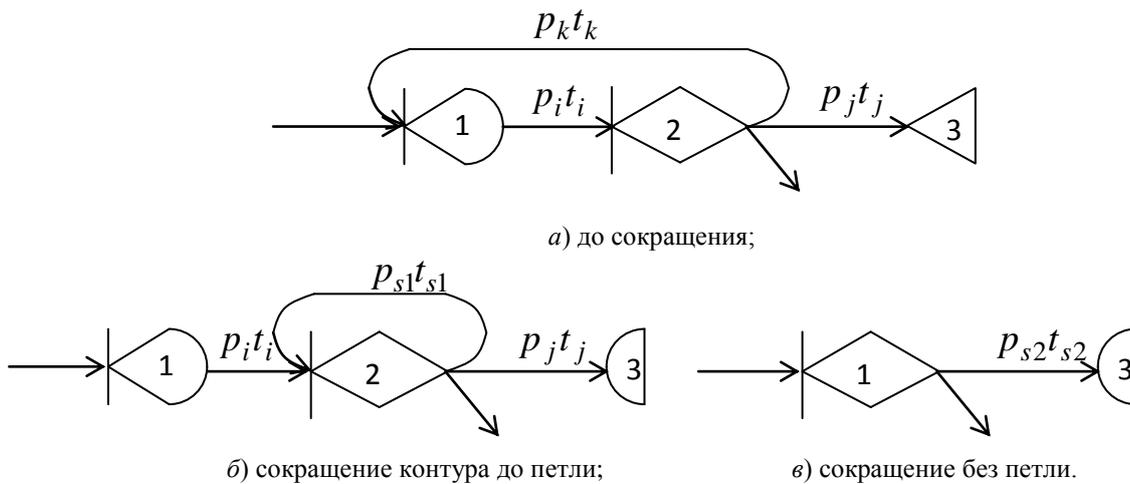


Рис. 5.9. Сокращение контура.

Отметим, что эти подробно описанные элементарные правила преобразований чаще используются в сокращенном виде. Так, если можно выделить подграф G_{ij} , содержащий только детерминированные вершины и не пересекающийся с другими подграфами, то его можно сократить до дуги (i, j) с длительностью, равной длительности максимального пути в G_{ij} .

Вероятности можно задавать уже для сокращенного графа (дерева исходов), так как для детерминированных вершин вероятности равны 1 и после минимизации поглощаются (как единичные сомножители) в соответствии с формулами (5.1) – (5.3).

5.4. Примеры анализа альтернативных сетей

Пример 5.1 (продолжение). Снова рассмотрим стохастическую сеть из п.5.2, с повтором ее исходного состояния на рисунке 5.10.

Будем рассматривать только временные и вероятностные параметры, не затрагивая ресурсов.

Длительности работ (i, j) будем считать случайными величинами на отрезках $[t_{\min}(i, j), t_{\max}(i, j)]$. В качестве оценок математического ожидания можно использовать средние значения, найденные по двухоценочным формулам PERT. Эти средние длительности работ записаны над дугами графа.

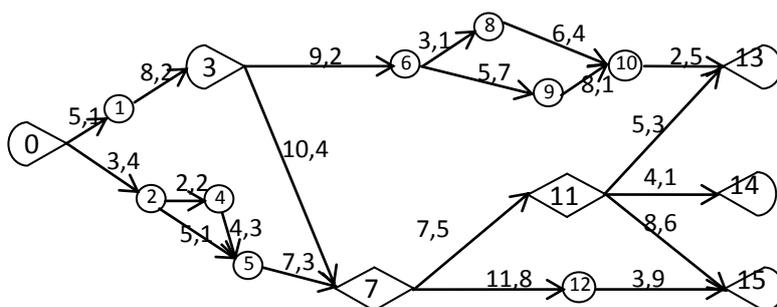


Рис. 5.10. Стохастическая сеть с временными параметрами до сокращения.

Дерево исходов (рис. 5.11) содержит только альтернативные вершины. Нумерацию вершин можно задать заново, в соответствии с общими требованиями. В данном примере сохраним начальную нумерацию.

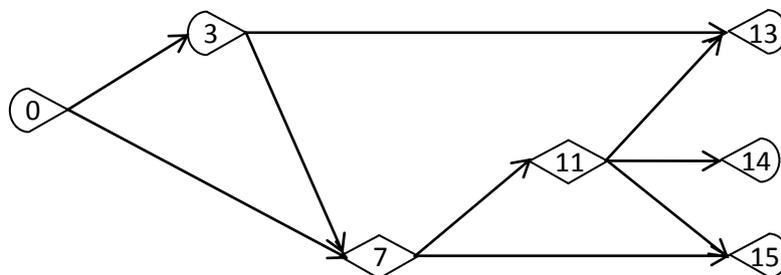


Рис. 5.11. Дерево исходов (сокращенная сеть).

При сокращении последовательных дуг $0 \rightarrow 1 \rightarrow 3$ с длительностями 5,1 и 8,2 получена дуга $(0,3)$, для которой длительность получена сложением в соответствии с формулой (5.1): $t_{03} = 13,3$. Другими словами, детерминированный подграф G_{03} исходного графа заменен дугой $(0,3)$.

Далее, для последовательности $2 \rightarrow 4 \rightarrow 5$ сокращенная работа $(2,5)'$ будет иметь длительность $t_{25'} = 6,5$. Теперь сокращая параллельные дуги $(2,5)$ и $(2,5)'$ с операциями «И» – «И» найдем длительность сокращенной дуги по формуле (5.2) $t_{25} = \max\{5,1; 6,5\} = 6,5$. Затем сократим последовательность

$0 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 7$ до дуги $(0,7)$ с длительностью $t_{07} = 3,4 + 6,5 + 7,3 = 17,2$. Таким образом, детерминированный подграф G_{07} исходного графа заменен дугой $(0,7)$, а соответствующая длительность найдена как путь максимальной длины в подграфе G_{07} .

Аналогично, детерминированный подграф $G_{3,13}$ исходного графа можно заменить дугой $(3,13)$, а длительность найти по максимальному пути $3 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 13$:

$$t_{3,13} = 9,2 + 5,7 + 8,1 + 2,5 = 25,5.$$

Результат минимизации представлен на рисунке 5.12.

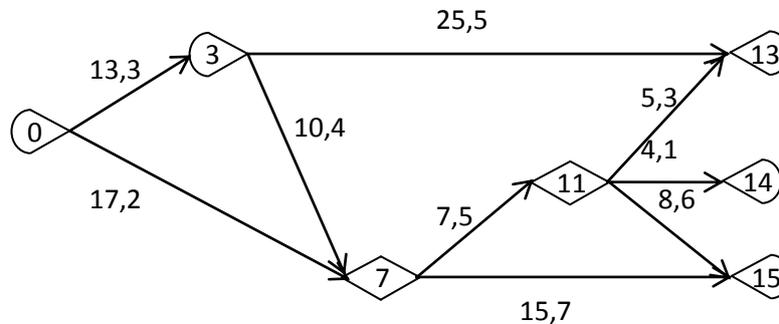


Рис. 5.12. Дерево исходов с длительностями работ.

Теперь определим вероятности выбора альтернатив. Для детерминированных вершин вероятности равны 1. Поэтому на дереве исходов достаточно задать вероятности выхода из альтернативных вершин. Эти вероятности могут быть заданы экспертным методом или методом Монте-Карло. Предположим, что и вероятности определены и записаны под дугами дерева исходов (рис. 5.13).

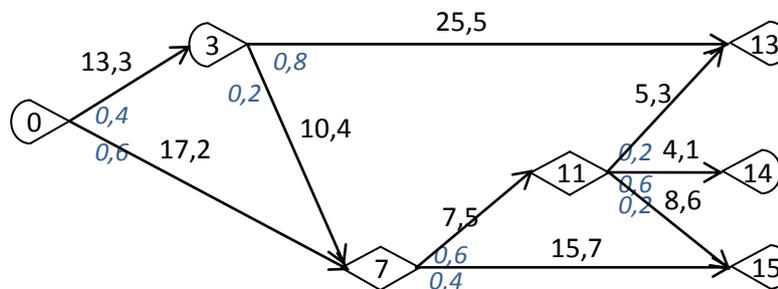


Рис. 5.13. Дерево исходов с вероятностями выходных альтернатив.

Расчет вероятностей событий основан на свойствах вероятности. Вероятность наступления события равна сумме произведений вероятностей смежных предыдущих вершин на безусловные вероятности работ. Другими словами, справедлива формула

$$P(j) = \sum_{i \in \Gamma^-(j)} P(i)p(i, j), P(0) = 1. \quad (5.11)$$

Найдем вероятности всех событий:

$$P(0) = 1; P(3) = 0,4; P(7) = 0,6 + 0,4 \cdot 0,2 = 0,68; P(11) = 0,68 \cdot 0,6;$$

$$P(13) = 0,4 \cdot 0,8 + 0,408 \cdot 0,2 = 0,4016;$$

$$P(14) = 0,408 \cdot 0,6 = 0,2448;$$

$$P(15) = 0,68 \cdot 0,4 + 0,408 \cdot 0,2 = 0,3536.$$

Вероятности достижения цели в различных ее реализациях равны вероятностям конечных вершин. Сумма этих вероятностей равна единице.

Критические пути к конечным вершинам отображены на рисунке 5.7.

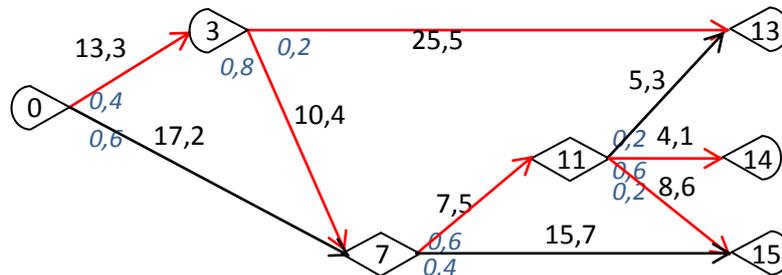


Рис. 5.7. Критические пути.

Оценки длины критических путей составляют:

$$L(0,3,13) = 38,8; L(0,3,7,11,14) = 35,3; L(0,3,7,11,15) = 39,8.$$

Однако критические пути не являются целью альтернативных проектов, они только могут играть роль прогнозов направлений развития проекта с оценками вероятностей исходов, времени завершения проекта и рисков.

Основная задача состоит в минимизации времени завершения проекта при выполнении ограничений на ресурсы. В силу сложности таких проектов и высокой степени неопределенности такая задача в общем виде неразрешима. Исследование способов анализа и выполнимости проектов связано с разработкой эвристических

методов, основанных на имитационном моделировании реализаций проекта.

Пример 5.2. Альтернативная модель проекта «Фотоархив», рассмотренного в разделе 4 как детерминированный с использованием методов *CPM* и *PERT*.

Предположим, что появилась возможность, при условии дополнительного финансирования, пригласить для создания базы данных внешних разработчиков, которые могут выполнить задание за более короткий срок и в лучшем качестве. Вероятность получения дополнительных средств оценена в 85%.

Структурная схема проекта, представленная на рис. 5.12, включает две альтернативы. Первая альтернатива связана с выбором разработчика базы данных, а вторая – со способом подготовки описаний, зависящим от требований разработчика.

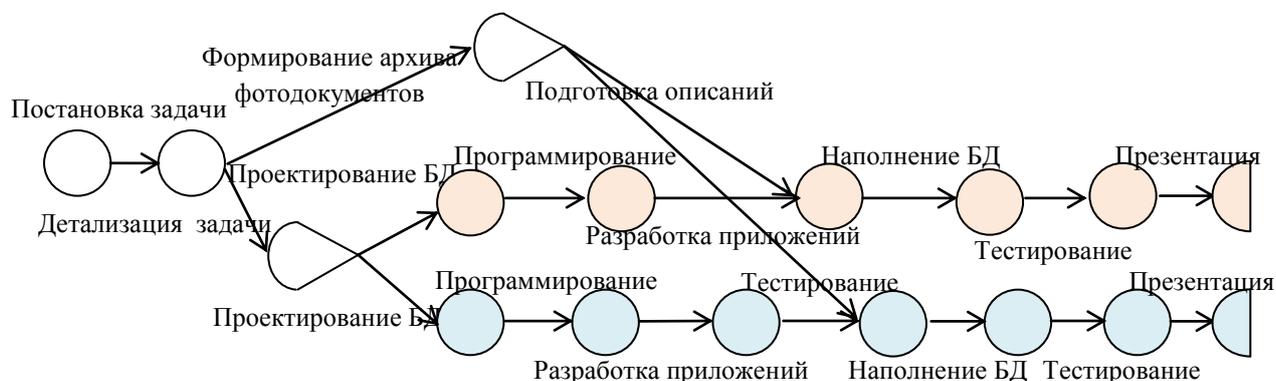


Рис. 5.12. Структура сети проекта «Фотоархив» с альтернативными вершинами.

Для наглядности вершины структурных подграфов окрашены в разные цвета, причем в розовый цвет окрашен подграф, соответствующий детерминированному проекту, дополненному только детализацией задачи.

Стохастический сетевой граф проекта G , представленный на рисунке 5.13, имеет одну начальную вершину, две альтернативные вершины 2 и 3 типа $\tilde{\alpha}$. Две конечные вершины соответствуют двум возможным реализациям проекта. Остальные вершины являются вершинами типа I (\tilde{x} -вершинами).

Длительности работ (i, j) исходного графа будем считать случайными величинами на отрезках $[t_{\min}(i, j), t_{\max}(i, j)]$. В качестве оценок математического ожидания можно использовать средние значения, найденные по трехоченочным формулам *PERT* (п. 4.3). Эти средние длительности работ записаны над дугами графа (рис. 5.12).

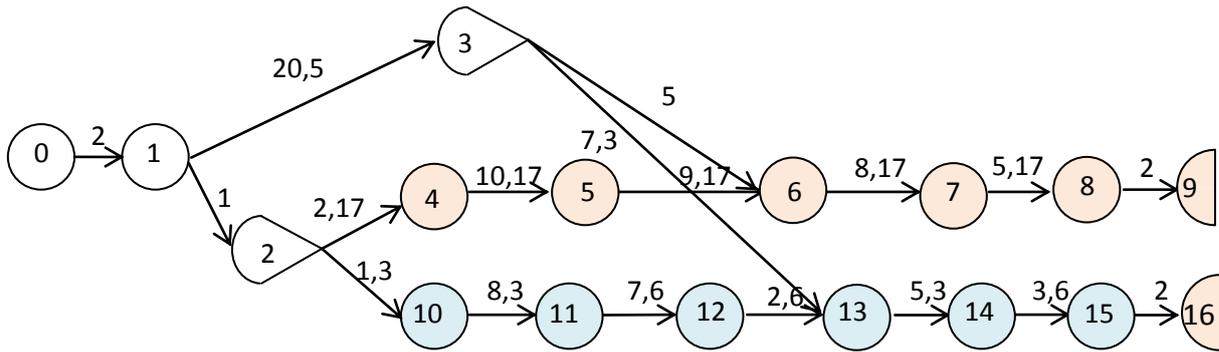


Рис. 5.13. Альтернативная сеть проекта «Фотоархив».

Первоначально сокращаются пути, содержащие детерминированные вершины: $0 \rightarrow 1 \rightarrow 3$, $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$, $2 \rightarrow 10 \rightarrow 11 \rightarrow 12 \rightarrow 13$, $6 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9$, $13 \rightarrow 14 \rightarrow 15 \rightarrow 16$ (рис. 5.14). Нумерация вершин задана в соответствии с исходным графом.

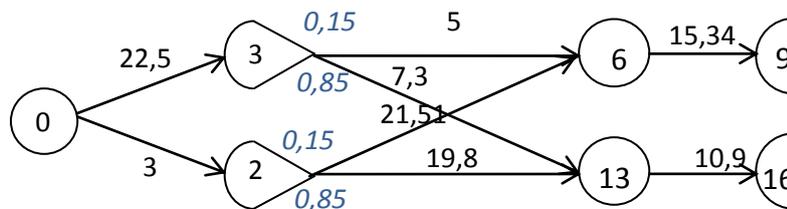


Рис. 5.14. Минимизация сети проекта «Фотоархив». Шаг 1.

Как видно, данная сеть *не является разделимой*, так как фрагменты двух подграфов пересекаются, поскольку события 2 и 3 логически зависимы. Далее выполняется сокращение параллельных дуг $0 \rightarrow 3 \rightarrow 6$ и $0 \rightarrow 2 \rightarrow 6$ (рис. 5.15).

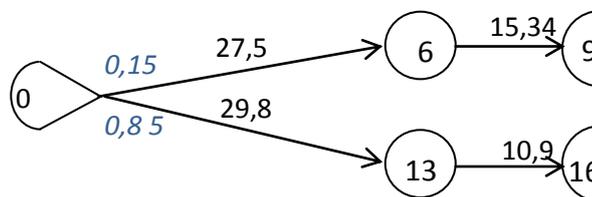


Рис. 5.15. Минимизация сети проекта «Фотоархив». Шаг 2.

Вероятности: $p_{06} = 1 \cdot 0,15 = 0,15$, $p_{0,13} = 1 \cdot 0,85 = 0,85$.

Длительности: $t_{06} = \max\{22,5 + 5; 3 + 21,5\} = 27,5$,

$t_{0,13} = \max\{22,5 + 7,3; 3 + 19,8\} = 29,8$.

Наконец, сокращая пути $6 \rightarrow 9$ и $13 \rightarrow 16$, получим дерево исходов (рис.5.16).

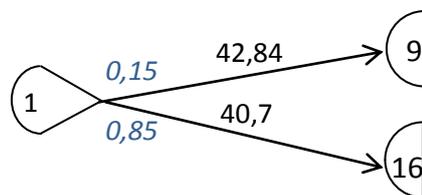


Рис. 5.16. Минимизация сети проекта «Фотоархив». Шаг3.

Возвращаясь к исходному стохастическому графу, рассмотрим в нем два подграфа (рис. 5.17),

$$G_1 = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \text{ и } G_2 = \{0,1,2,3,10,11,12,13,14,15,16\}$$

и оценим длины критических путей от начальной вершины к двум конечным: $L_{0...9} = 42,84$ (дней); $L_{0...16} = 40,7$.

Первый путь, отмеченный на рисунке 5.15 красным цветом, в точности соответствует критическому пути в детерминированной сети с вероятностным временем (п.4.3). Второй путь, отмеченный синим цветом, соответствует стохастической альтернативе привлечения внешних ресурсов.

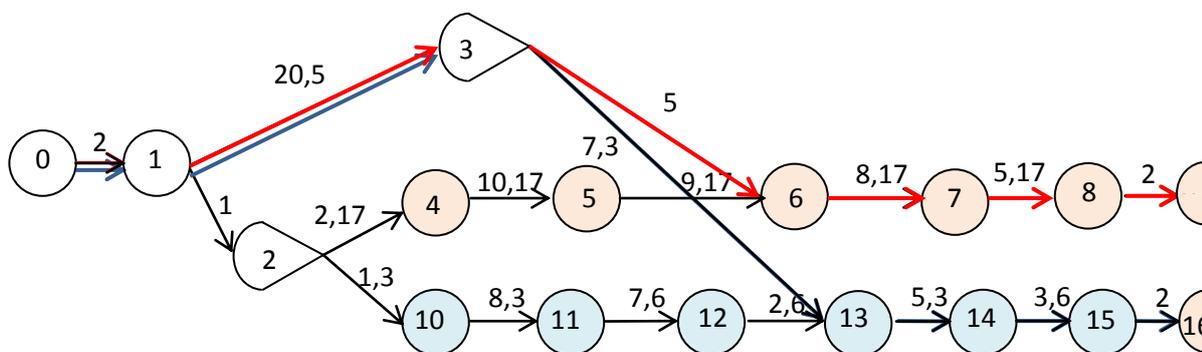


Рис. 5.11. Критические пути проекта «Фотоархив».

Этот второй вариант имеет меньшую длительность и большую вероятность его осуществления, а также, по условию, гарантирует более высокое качество результата. Однако он потребует дополнительных затрат. И в этом проявляется *трехстороннее ограничение проекта*: по срокам, по затратам, по качеству.

5.5. Математическая модель альтернативной сети

В общем случае альтернативная сеть есть конечный связный ориентированный граф $G(Y, U)$, обладающий следующими свойствами [4]:

1. Граф G имеет одну начальную вершину y_0 (вход сети), для которой $\Gamma^{-1}(y_0) = \emptyset$, $\Gamma(y_0) \neq \emptyset$ (нет входящих дуг, множество выходящих дуг не пусто).

2. Граф G содержит множество Y' таких вершин y' (называемых конечными вершинами, или выходами сети), что $\Gamma(y') = \emptyset$, $\Gamma^{-1}(y') \neq \emptyset$, причем $|Y'| \geq 2$.

3. Множество вершин Y графа G неоднородно и состоит из вершин типа $\tilde{x} \in \tilde{X}$ и более сложных логических типов $\tilde{\alpha} \in \tilde{A}$, $\tilde{\beta} \in \tilde{B}$, $\tilde{\gamma} \in \tilde{\Gamma}$.

4. Множество дуг U графа G разбивается на подмножество U' дуг, соответствующих действительным работам моделируемого комплекса, и подмножество U'' дуг, отражающих логические взаимосвязи действительных работ и соответствующих фиктивным работам.

5. Содержательная информация, характеризующая временные, стоимостные и другие показатели комплекса работ сетевой модели, задается следующим образом: каждой дуге $u_{kl} \in U'$ графа G , отражающей действительную работу, приписан вектор W_{kl} величин, показывающих время выполнения работы (t_{kl}), требуемые финансовые затраты (c_{kl}) и другие оценки ресурсов, используемых при выполнении работы (k, l); компоненты этого вектора $\omega^{(\rho)}$ ($\rho = \overline{1, n}$, где n – число компонент) могут быть представлены детерминированными оценками либо случайными величинами с заданной функцией распределения $f(\omega_{kl}^{(\rho)})$ на интервале $[a(\omega_{kl}^{(\rho)}), b(\omega_{kl}^{(\rho)})]$, где $a(\omega_{kl}^{(\rho)})$ и $b(\omega_{kl}^{(\rho)})$ – граничные оценки ρ -ой компоненты вектора W_{kl} .

6. В случае неоднородной сети множество вершин $\tilde{A} \cup \tilde{\Gamma}$ разбивается на подмножества \bar{A} – альтернативных вершин, показывающих ветвления детерминированных вариантов, и $\overline{\bar{A}}$ – альтернативных вершин, отражающих ситуации ветвления стохастических вариантов; таким образом, $\tilde{A} \cup \tilde{\Gamma} = \bar{A} \cup \overline{\bar{A}}$.

7. Оценка *осуществимости* отдельных локальных стохастических вариантов может быть проведена двумя основными способами:

а) производится априорная оценка вероятностей p локальных вариантов, относящихся к каждой альтернативной вершине $\bar{\alpha} \in \bar{A}$ графа G (при известной заранее структуре дерева исходов); другими словами, каждому альтернативному пути, исходящему из вершины i типа $\tilde{\alpha} \in \bar{A}$ или $\tilde{\gamma} \in \bar{A}$ и ведущему к исходу j , отнесено неотрицательное число $\bar{p}_{ij} \leq 1$ такое, что $\sum_{j=1}^{n_i} \bar{p}_{ij} = 1$, где \bar{p}_{ij} – априорная вероятность перехода от i к j ; n_i – число локальных вариантов, возникающих в событии i ;

б) набор $\{\bar{p}_{ij}\}$ «локальных» вероятностей исходов альтернативной сети может быть вычислен на основе некоторого критерия, связанного с характеристиками локальных вариантов, например, обратно пропорционально стоимости комплекса операций.

8. Для всех вариантов (детерминированных и стохастических), исходящих из альтернативных вершин, определяются меры оценки предпочтительности \bar{p} каждого локального варианта в наборе конкурирующих вариантов с общей вершиной. Оценки $\{\bar{p}\}$

подчиняются алгебре вероятностей, т. е. $\bar{p}_{ij} \leq 1$, $\sum_{j=1}^{n_i} \bar{p}_{ij} = 1$, где \bar{p}_{ij} – относительная предпочтительность выбора перехода от i к j .

Как уже было отмечено, в исследовании альтернативных сетей применяется принцип укрупнения сети и получения графа с вершинами особых состояний – *дерева исходов* $D(A, V)$.

Для *одноцелевых* проектов дерево исходов строится на основе операции преобразования альтернативного графа $G(Y, U)$.

1. В качестве вершин $A = \{\alpha_i\}$ графа D принимается объединение подмножеств начальной и конечной вершин, а также вершин, являющихся узлами ветвления альтернативных путей графа $G(Y, U)$, т. е.

$$A = \{y_0\} \cup \{y'\} \cup \{\tilde{\alpha}\} \cup \{\tilde{\beta}\} \cup \{\tilde{\gamma}\}$$

Начальная вершина $\alpha_0 = y_0$ графа D называется корнем дерева исходов, а конечные $\{\alpha'\} = \{y'\}$ – висячими вершинами.

2. Множество дуг $V = \{g_{ij}\}$ графа D получается в результате эквивалентного преобразования множества подграфов $\{G_{ij}\}$, выделяемых из сети G по следующим признакам:

а) начальной вершиной подграфа $G_{ij} = (Y_{ij}, U_{ij})$ может служить любая вершина α_i , за исключением конечных α' ; при этом $\alpha_i \in Y_{ij}$;
 $\Gamma^{-1}(\alpha_i) \cap Y_{ij} = \emptyset$;

б) $Y_{ij} \subset \tilde{A}_{\alpha_i}$, где $\tilde{A}_{\alpha_i} = \{\alpha_i\} \cup \tilde{A}_{\alpha_i} \cup \tilde{A}_{\alpha_i}^2 \cup \dots$ есть транзитивное замыкание отображения α_i ;

в) конечной вершиной подграфа G_{ij} может быть только α -вершина $\alpha_j \in A \setminus \{y_0\}$ графа G ;

г) все пути вида $(\alpha_i, \dots, \alpha_j)$, связывающие в G_{ij} начальную вершину α_i с конечной вершиной α_j подграфа, не содержат других α -вершин, т. е. $|A_{ij}| = 2$, $A_{ij} \subset Y_{ij}$; вершины i и j называются смежными α -вершинами графа G ;

д) на основании признаков (а) – (г) и характеристик логических операций, реализуемых событиями альтернативной сети, можно записать следующие соотношения:

– для α_i типа \tilde{x} или \tilde{a} – $Y_{ij} = \hat{\Gamma}_{\alpha_i} \cap \hat{\Gamma}_{\bar{\alpha}_j}$, где $\hat{\Gamma}_{\bar{\alpha}_j} = \{\alpha_j\} \cup \Gamma^{-1}(\alpha_j) \cup \Gamma^{-2}(\alpha_j) \cup \dots$ есть транзитивное замыкание обратного отображения α_j ; причем $(Y_{ij} \setminus \{\alpha_i, \alpha_j\}) \subset \tilde{X}$;

– для α_i типа $\tilde{\beta}$ или $\tilde{\gamma}$ имеем $Y_{ij\nu} = \tilde{A}(\alpha_i) \cap (\{\alpha_j\} \cup \tilde{A}(y_\nu))$, $\nu = \overline{1, m}$,

где $y_\nu \in \Gamma^{-1}(\alpha_j)$; $m = |\Gamma^{-1}(\alpha_j)|$ – число входов события α_j ; как и в первом случае $(Y_{ij} \setminus \{\alpha_i, \alpha_j\}) \subset \tilde{X}$. Такие графы $G_{ij\nu}$ отражают простейший случай соединительных путей, для которых будем использовать термин «элементарный соединительный путь»;

е) количество n_i подграфов G_{ij} , связанных с каждой вершиной $\alpha_i \in A \setminus Y''$, определяется числом различных путей вида $(\alpha_i, \dots, \alpha_j)$, отличающихся конечной α -вершиной и не имеющих других α -вершин, кроме начальной и конечной (если $\{\alpha_j\}$ имеют тип \tilde{x} или

$\tilde{\alpha}$); в общем случае количество n_i увеличивается на число элементарных соединительных путей $m_{ij} - 1$, соответствующих смежным α -вершинам i и j (предполагается, что α_j имеет альтернативный вход и связана с α_i соединительными путями, число которых равно m_{ij}).

Для множества подграфов $\{G_k = (Y_k, U_k)\}$, $k = \omega(i, j), k = \overline{1, N}$ (где ω – оператор преобразования парного индекса, N – число подграфов) альтернативной сети могут выполняться следующие соотношения:

$$\bigcap_{k=1}^N X_k = \emptyset; \bigcap_{k=1}^N U_k = \emptyset; \bigcup_{k=1}^N X_k = X; \bigcup_{k=1}^N U_k = U,$$

где $X = Y \setminus A; X_k = Y_k \setminus A$.

В первом случае при удовлетворении данным соотношениям, когда фрагменты графа G не пересекаются между собой, альтернативная сеть называется *вполне разделимой*. В противном случае, если имеются комплексы работ, входящие в различные фрагменты G_k (обычно порожденные одной и той же альтернативной ситуацией – α -вершиной), то сеть считается *не вполне разделимой*.

В дереве исходов $D(A, V)$ дуга v_{ij} представляет собой результат сведения фрагмента G_{ij} (назовем его *I/J-фрагментом*) сети $G(Y, U)$ к одной дуге с началом α_i и концом α_j , причем дуга v_{ij} (*ветвь* дерева исходов эквивалентна *I/J-фрагменту* $G_{ij} = (Y_{ij}, U_{ij})$ в смысле вероятности реализации \bar{p} , времени выполнения t и других компонентов вектора W , характеризующих дуги подмножества U_{ij}).

Структура и свойства дерева исходов, а также правила его преобразования при выявлении всевозможных финальных исходов и расчете их параметров, характеризующих глобальные варианты сетевого проекта, определяются конкретным типом топологической структуры альтернативной сети $G(Y, U)$.

Количество глобальных вариантов L^* в общем случае определяется числом так называемых *L-фрагментов* (G_l) сети, состоящих из набора путей между начальной вершиной y_0 и 1-м финальным исходом y'_l , причем подобный набор путей не включает альтернативных операций, хотя и проходит по альтернативным вершинам.

Таким образом, L -фрагмент представляет собой набор последовательно расположенных во времени I/J -фрагментов:

$$G_{i_0 j_0} \cup G_{i_1 j_1} \cup \dots \cup G_{i_\theta j_\theta} \cup \dots \cup G_{i_\eta j_\eta} \left(i_0 \equiv y_0; j_\eta \equiv y'_l; j_\theta = i_{\theta+1}; \theta = \overline{0, \eta-1} \right)$$

причем указанный набор подграфов отражает один из вариантов детерминированного сетевого графика проведения всего комплекса работ проекта.

5.6. Циклические альтернативные сетевые модели

Основным недостатком традиционных подходов к моделированию альтернативных сетей является то, что в их основе лежат детерминированные методы, что приводит к ошибкам в оценках параметров сетей и времени выполнения проекта. Вероятностные методы описания топологий весьма сложны и не всегда эффективны для управляющих воздействий.

Задачей современной теории управления проектами является разработка качественно новых моделей и методов управления. Одним из подходов является разработка циклических альтернативных сетевых моделей [1,2], которые при соответствующих ограничениях приводят к рассмотренным ранее типам моделей.

Циклическая альтернативная сетевая модель (ЦАСМ) есть конечный ориентированный циклический граф $G(\Omega, A)$, включающий конечное множество событий Ω и множество дуг $(i, j), i, j \in \Omega$, определяемых матрицей смежности $A = \|p_{ij}\|$, $0 \leq p_{ij} \leq 1$, причем $p_{ij} = 1$ задает детерминированную дугу, а $0 < p_{ij} < 1$ – альтернативное событие i , которое с вероятностью p_{ij} связано с событием j .

Множество дуг включает дуги-работы (реализующие объем деятельности) и дуги-связи (логические связи событий). Основной характеристикой события i является время его свершения T_i .

Все связи, как технологические, так и организационные, между произвольными моментами реализации проекта выражаются неравенствами:

$T_j - T_i \geq \psi_{ij}, \psi_{ij} \geq 0$ – событие j может наступить *не ранее*, чем через ψ_{ij} дней после свершения события i ;

$T_j - T_i \leq \psi_{ij}, \psi_{ij} \geq 0$ – событие j может наступить *не позднее*, чем через ψ_{ij} дней после свершения события i .

Эти неравенства можно объединить в одно:

$$T_j - T_i \geq \psi_{ij}, \quad (5.12)$$

где ψ_{ij} может принимать как положительное, так и отрицательное значение. Величина $\psi_{ij} \geq 0$ имеет унимодальное и асимметричное распределение, которое может быть описано функцией бета-распределения. Для отрицательной величины $\psi_{ij} \leq 0$ получено распределение аналогичное бета-распределению.

Если события i и j соответствуют операции (работе, то положительное значение ψ_{ij} задает оценку *минимальной продолжительности* работы (i, j) или ее части, заключенной между событиями i и j : $\psi_{ij} = t_{\min}(i, j)$. Для отрицательной величины ψ_{ij} значение $-\psi_{ij} = t_{\max}(j, i)$ есть длина максимального интервала, на протяжении которого работа должна быть закончена.

Если дуга (i, j) соответствует логической связи, то величина $\psi_{ij} \geq 0$ определяет взаимосвязь типа «не ранее», а величина $\psi_{ij} \leq 0$ определяет взаимосвязь «не позднее» (событие i может наступить не позже, чем через $-\psi_{ij}$ дней после события j) – это так называемые «обратные связи».

При большом числе предшествующих работ распределение случайной величины T_i стремится к нормальному, нормальное распределение имеет и параметр ψ_{ij} .

Кроме того возможны абсолютные ограничения на момент свершения события:

$$l_i \leq T_i \leq L_i, \quad (5.13)$$

Соотношения (5.12) и (5.13) являются обобщением соответствующих неравенств обобщенных сетевых моделей, где параметр ψ_{ij} и матрица смежности A носят детерминированный характер.

Далее пусть $L(i, j) = \{i = i_0 \rightarrow i_1 \rightarrow \dots \rightarrow i_\nu = j\}$ – некоторый путь, соединяющий события i и j . Путь называется *детерминированным*, если для всех $k \in [1, \nu]$ справедливо равенство $p_{i_{k-1}i_k} = 1$, и *стохастическим* в противном случае.

Аналогично определяются детерминированный и стохастический контур $K(i) = \{i = i_0 \rightarrow i_1 \rightarrow \dots \rightarrow i_\nu = i\}$, где i есть контурное событие.

Пусть события i и j соединены путем $L(i, j)$, тогда вероятность $P(j/i)$ свершения события j при условии, что событие i произошло, есть произведение коэффициентов матрицы смежности, соответствующих дугам стохастического пути: $P(j/i) = \prod_{k=1}^{\nu} p_{i_{k-1}i_k}$.

Если к событию j ведут пути из разных альтернативных вершин i , то используется следующее рекуррентное соотношение

$$P(j) = 1 - \prod_{\forall i < j} (1 - P(i)p_{ij}), \quad (5.14)$$

где $P(i)$ – вероятность свершения i -го события, $P(0) = 1$ и уже известны $P(i)$ для всех i , строго предшествующих j . Из этого соотношения следует, что если событию j предшествует хотя бы один полный детерминированный путь, то $P(j) = 1$ (одна из скобок в (5.4) обратится в 0). Такое событие называется *детерминированным*, в противном случае *стохастическим*.

Для сетей большой размерности предлагается другой (имитационный) способ определения вероятности свершения события.

Длина пути $L(i, j)$ есть случайная величина, математическое ожидание которой есть сумма математических ожиданий всех дуг, составляющих этот путь, а дисперсия равна сумме дисперсий. При этих условиях длина пути может принимать отрицательные значения, что интерпретируется в терминах «не позднее». $(-\infty, \infty)$

Связь всех типов моделей с циклической альтернативной моделью представлена на рисунке 5.12.

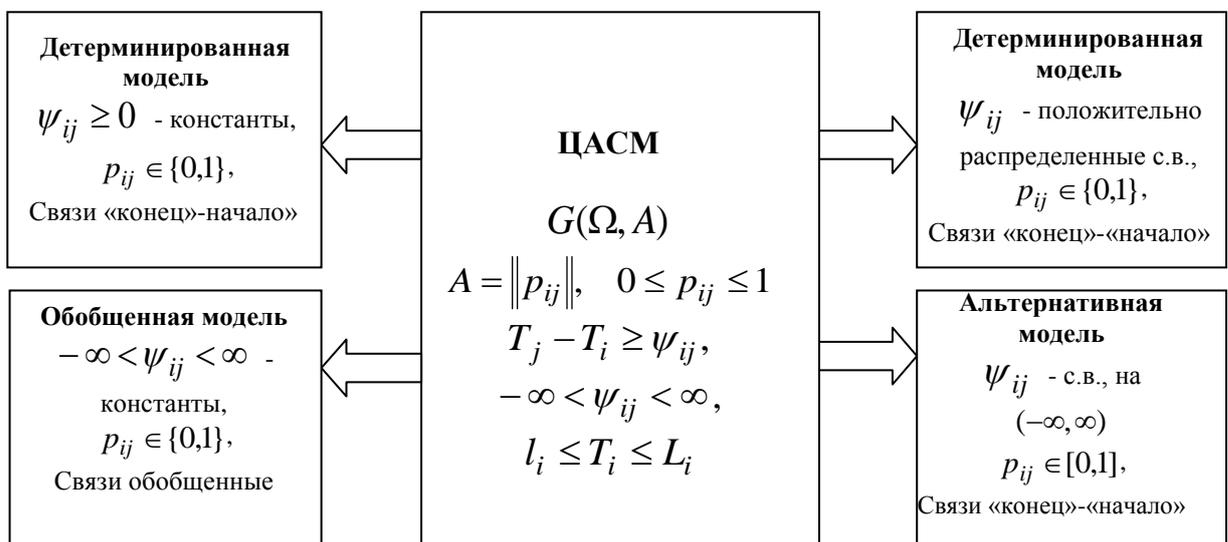


Рис. 5.12. Взаимосвязь типов моделей.

Заключение. В настоящем курсе рассмотрены основные понятия управления проектами, их формальное описание. Однако главной целью курса было изучение математического аппарата и программных средств управления временными составляющими проекта на основе сетевой модели детерминированного и вероятностного типа.

Практическая поддержка с использованием *Project Libre* нашла свое отражение в лабораторном практикуме. Выполнение сценариев построения временных графиков с оценкой временных параметров событий и работ, с элементами оптимизации и оценки стоимости, а также выполнение индивидуальных заданий дает представление об использовании программных средств в задачах сетевого планирования и управления.

Список литературы

1. Баркалов С. А. Математические основы управления проектами. Учебное пособие под ред. В. Н. Буркова / С. А. Баркалов, В. И. Воропаев, Г. И. Секлетова. — М. : Высшая школа, 2005. — 423 с.
2. Воропаев В. И. Новые модели и методы для управления проектами / В. И. Воропаев, Я. Д. Гельруд, Д. И. Гинзбург и др. // Труды межд. симпозиума «СОВНЕТ-99». Управление проектами: Восток-Запад — грань тысячелетий. SOVNET. — М., 1999. Т. 1. — С. 295 – 312.
3. Голенко Д. И. Статистические методы сетевого планирования и управления / Д. И. Голенко. — М. : Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1968. — 400 с.
4. Голенко-Гинзбург Д. И. Стохастические сетевые модели планирования и управления разработками: Монография / Д. И. Голенко-Гинзбург. — Воронеж : «Научная книга», 2010. — 284 с.
5. Керцнер Г. Стратегическое планирование для управления проектами с использованием модели зрелости. под общей редакцией А. Д. Баженова / Harold Kerzner. М. : Компания Ай-Ти, 2003. — 320 с.
6. Керцнер Г. Управление проектами: системный подход к планированию, определению расписаний и управлению [Электронный ресурс] / Harold Kerzner .URL: www.e-xecutive.ru
7. Курпова Т. Определение проекта. [Электронный ресурс] / Тенгиз Курпова. URL: <http://www.kurpava.ru>
8. Локк Д. Основы управления проектами. М. : «НИРО», 2004. — 253 с.
9. Мазур И. И., Шапиро В. Д., Ольдерогге Н. Г. Управление проектами: Учебное пособие / Под общ. ред. И. И. Мазура. — 2-е изд. — М. : Омега-Л, 2004. — с. 664.
10. Миненко С. Н., Казаков О. Л. Экономико-математическое моделирование производственных систем: Учебное пособие. — М. : ГИНФО, 2002. — 136 с.
11. Портни С. Управление проектами для чайников / Стэнли Э. Портни. — М. : 2005. — 362 с.
12. Просницкий А. Изучение Microsoft Project 2010 за 1 день методом сквозного примера [Электронный ресурс] /А. Просницкий, В. Иванов. URL: www.leoconsulting.com.ua, www.turboproject.ru
13. Троцкий, М. Управление проектами / М. Троцкий, Б. Груча , К. Огонек. — М. : Финансы и статистика , 2011 . — 304 с.
14. Таха Х. Введение в исследование операций / Хемди А. Таха – М.,СПб., К., 2005. – 578 с.
Управление проектом. Основы проектного управления: учебник / колл. авт. под ред. М. Л. Разу. — М.: КНОРУС, 2006. — 768 с. <http://www.webster-dictionary.org/definition/project>
15. Филипс, Д. Методы анализа сетей / Д. Филипс, А.Гарсиа-Диас. — М.: Мир, 1984. — 496 с.

Лекции по основам управления проектами
Учебно-методическое пособие

Автор-составитель: **Руденко Людмила Ивановна**

Редактор А. С. Шеремет

Подписано в печать 25.02.2016. Формат 60×80/16.

Отпечатано в отделе редакционно-издательской деятельности
КФУ им. В. И. Вернадского
295007, Симферополь, пр-т Академика Вернадского, 4,
КФУ им. В. И. Вернадского