

# Segmentación probabilística de carriles mediante parametrización lineal de baja dimensión

Carlos Acuña, Mario Castelán, Gustavo Arechavaleta

Instituto Politécnico Nacional,  
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados  
Grupo de Robótica y Manufactura Avanzada  
México

{mario.castelan, garechav}@cinvestav.edu.mx  
carlos.acuna@cinvestav.mx

**Resumen.** La detección de carriles es un módulo importante para los sistemas de seguridad activa, ya que permite aumentar la seguridad y reducir los accidentes de tráfico causados por falta de atención del conductor. Los cambios de iluminación u oclusiones hacen que la detección de carriles sea una tarea desafiante, sobre todo si la detección se realiza a partir de una sola imagen. En consecuencia, este trabajo presenta un enfoque probabilístico basado en el filtro de Kalman, que mediante información de cuadros de imágenes anteriores logra estimar el carril que no pudo ser detectado en el cuadro de imagen actual, considerando la incertidumbre tanto en la predicción como en la detección. Para ello, se introduce un análisis de componentes principales de la curvatura segmentada con el fin de reducir la dimensionalidad, pasando de una representación de píxeles de gran dimensión a una representación de espacio considerablemente reducido.

**Palabras clave:** Detección de carril, filtro de Kalman, reducción de dimensionalidad.

## Probabilistic Lane Segmentation Using a Low-dimensional Linear Parametrization

**Abstract.** Lane detection is an important module for active safety systems, as it increases safety and reduces traffic accidents caused by driver inattention. Illumination changes or occlusions make lane detection a challenging task, especially if the detection is performed from a single image. Consequently, this paper presents a probabilistic approach based on the Kalman filter, which using information from previous image frames manages to estimate the lane that could not be detected in the current image frame, considering uncertainty in the prediction as well as in the detection. To this end, a principal component analysis of the segmented curvature is introduced with the purposes of dimensionality reduction, moving from a large dimensional pixel representation to a considerably reduced space representation.

**Keywords:** Lane detection, Kalman filter, dimensionality reduction.

## 1. Introducción

La robótica autónoma tiene como objetivo percibir el mundo físico a través de dispositivos mecánicos controlados por computadora para navegar en consecuencia [12]. La fiabilidad de la navegación autónoma depende directamente de la capacidad de percibir el entorno. En los vehículos autónomos se han incorporado sistemas avanzados de asistencia al conductor para alertar en situaciones de peligro o para participar activamente en la conducción. El principal cuello de botella en el desarrollo de estos sistemas es el problema de la percepción [11], que tiene dos elementos: la detección de carriles y de obstáculos.

Tanto en la detección como en el seguimiento de carriles, existen básicamente dos clases de representación de carriles: las representaciones basadas en características y las basadas en modelos. La primera parametriza los carriles combinando características de bajo nivel, como líneas pintadas, bordes y segmentos de carril. En consecuencia, esta técnica depende del número de características extraídas del carril y tiene la desventaja de no imponer restricciones sobre la forma o la longitud [14]. Por otro lado, las técnicas basadas en modelos solo utilizan algunos parámetros para representar los carriles, asumiendo que las formas de los carriles pueden parametrizarse mediante modelos matemáticos, como líneas rectas, curvas parabólicas, espirales o splines.

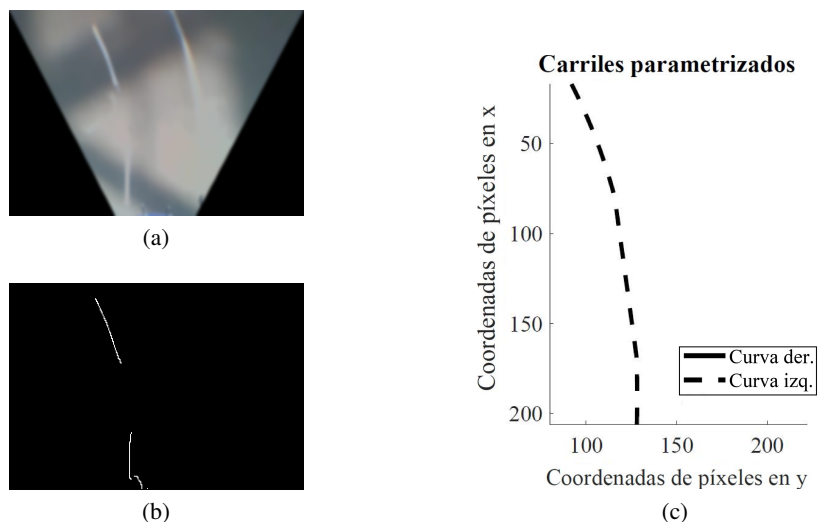
Los enfoques basados en modelos son más robustos frente al ruido y la falta de datos que las técnicas basadas en características [3]. Para abordar los problemas anteriores, en este artículo presentamos un detector de carril, basado en el filtro de Kalman, con el fin de incorporar información de cuadros de imágenes<sup>1</sup> anteriores. En aras de lograr esta tarea, se desarrolló un Análisis de Componentes Principales (PCA) generado a partir de rutas parametrizadas de carriles segmentados, obteniendo modelos de carriles basados en ejemplos, los cuales son ideales para la reducción de dimensionalidad.

Como consecuencia, en lugar de tener el filtro de Kalman definido en el espacio de píxeles (considerando cien posiciones de píxeles), usamos un espacio proyectado de PCA reducido de tres parámetros. El resto del artículo está organizado de la siguiente manera: en la sección 2 se abordan detalles de la detección determinística de carriles y la construcción del modelo PCA; en la sección 3 se muestra la parametrización en términos de la reducción de dimensionalidad; en la sección 4 se presenta el algoritmo propuesto basado en filtro de Kalman; la sección 5 describe la evaluación experimental del método propuesto y, finalmente, la sección 6 ofrece comentarios finales e ideas para el trabajo futuro.

### 1.1. Trabajo relacionado

La detección de carril es un desafío importante para hacer posible el futuro de los vehículos autónomos. En los últimos años, se han propuesto varios métodos basados en técnicas de filtrado y procesamiento de imágenes, tal como se informa en la literatura [6]. Dichos trabajos se han centrado en resolver el problema utilizando métodos clásicos de visión por computadora, es decir, segmentación de color y operadores de gradiente, [13].

<sup>1</sup> imagen estática registrada cada determinado tiempo  $t_s$ .



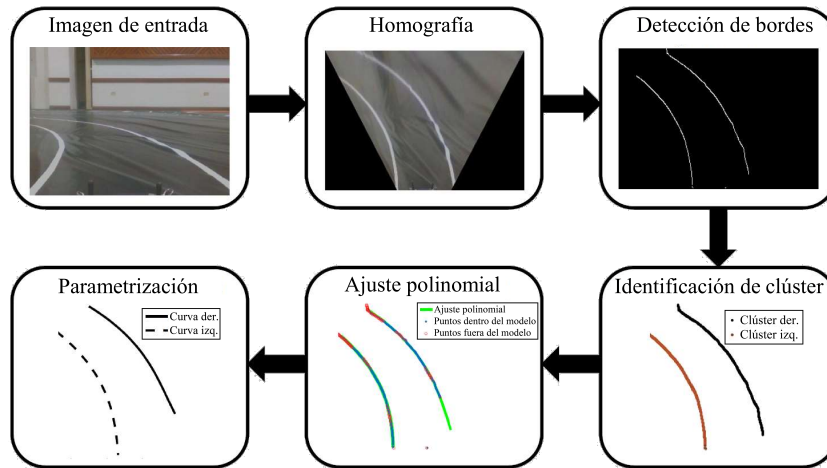
**Fig. 1.** Caso de carriles no segmentables. (a) Cuadro de imagen con homografía. (b) Cuadro de imagen aplicando detección de bordes. (c) Parametrización de carriles de un marco de imagen con exposición a la luz.

Por ejemplo, en [5], el espacio RGB se usó para encontrar la marca del carril en contraste con el color de la carretera a través de un umbral, que se definió de acuerdo con experimentos realizados en diferentes momentos del día. Sin embargo, este método mostró problemas en presencia de sombras proyectadas sobre el carril. Otros enfoques han explorado el efecto del uso de operadores de gradiente sobre imágenes en escala de grises, como [1] basado en el algoritmo de Canny, que realiza la detección de bordes con un tiempo de procesamiento reducido.

Desafortunadamente, los métodos anteriores no consideran la información previa, por lo tanto, no se benefician de la continuidad que exhiben naturalmente las trayectorias de los carriles [15]. Una forma alternativa de abordar el problema del cuadro de imagen único en la detección de carriles es a través de enfoques probabilísticos, los cuales fueron propuestos para mejorar la solidez y la estabilidad del seguimiento de carriles [7]. Por ejemplo, en [2] se diseñó un filtro de partículas en cascada para trabajar con un sistema no lineal y reducir el costo computacional del filtro de partículas convencional.

Sin embargo, el principal problema de este filtro es que las partículas se degradan a medida que disminuye la importancia del peso de cada partícula. Otro filtro comúnmente utilizado en el seguimiento de carriles es el filtro de Kalman que permite modelar y reducir la variación de la estimación de carriles a través de una etapa de corrección, obteniendo coherencia temporal [9].

En aplicaciones prácticas de este filtro, los parámetros de entrada son generalmente desconocidos y ajustarlos es una tarea difícil. Si se realiza manualmente, esto representaría una carga considerable para el usuario. Varios trabajos han desarrollado estrategias de autoajuste como en [8,10], donde se demostró que es posible controlar el comportamiento del filtro ante la presencia de valores atípicos.



**Fig. 2.** Modelo determinístico de detección de carril. Se muestran las diferentes etapas que componen al modelo de medición.

## 2. Materiales y métodos

Nuestro objetivo es obtener tanto una predicción como un modelo lineal que sean adecuados para ser utilizados en un marco de filtro de Kalman que a partir de la información disponible en el momento  $t - 1$ , realiza un paso de actualización mediante información adicional disponible en el momento  $t$ . Teniendo en cuenta la naturaleza lineal del filtro, realizamos un PCA basado en carriles segmentados parametrizados a partir de un entrenamiento obtenido en una competición de vehículos a escala. En la figura 1 se puede notar que no todos los carriles son segmentables, principalmente por problemas de iluminación.

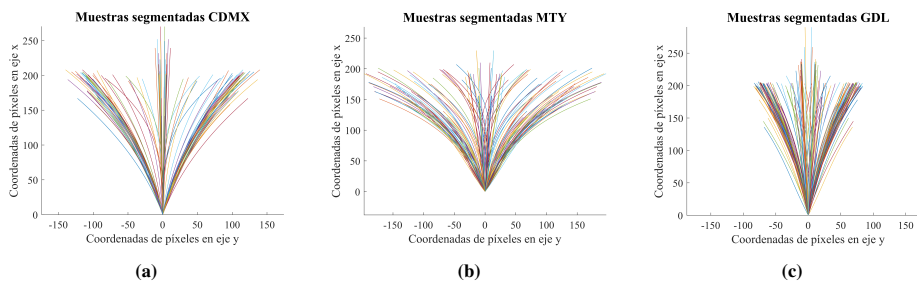
### 2.1. Detección determinística de carriles

El modelo de medición se basa en la extracción de características implementando el algoritmo de Canny y en la parametrización de curvas mediante polinomios de primer orden para formas rectas y polinomios de tercer orden para formas curvas. Con esto, es posible recopilar rutas para una base de datos y luego representar dichas rutas a través de un conjunto de puntos equidistantes. Para distinguir los carriles izquierdos de los derechos, se utiliza una técnica de agrupación jerárquica [4]. El proceso del modelo de medición, que se utilizó para construir la base de datos de carriles, se muestra en la Figura 2.

### 2.2. Reducción de dimensionalidad

Uno de los principales objetivos de este trabajo es construir un modelo lineal de carriles segmentados que permita la proyección y reproyección de formas a partir de nuevos ejemplos.





**Fig. 3.** Bases de datos de muestra segmentadas. (a) Base de datos CDMX, 82 curvas y 38 carriles rectos. (b) Base de datos MTY, 76 curvas y 40 carriles rectos. (c) Base de datos GDL, 154 curvas y 48 carriles rectos.

Nuestros datos fueron recolectados durante tres competencias de vehículos autónomos organizadas por la Federación Mexicana de Robótica, que se llevaron a cabo en la Ciudad de México (CDMX), Monterrey (MTY) y Guadalajara (GDL), de 2017 a 2019. Las rutas segmentadas de cada base de datos se muestran en la figura 3.

En nuestros experimentos, cada carril está representado por una secuencia finita discreta de  $m = 102$  puntos  $(x, y)$  como  $\mathbf{t}_{nx1} = [x_1, x_2, \dots, x_m, y_1, y_2, \dots, y_m]^T$ , donde  $n = 2m$  es el número de elementos de cada vector  $\mathbf{t}$ . Con la ruta promedio  $\bar{\mathbf{t}}$  se contruye la matriz de deatos de entrenamiento centrada  $\mathbf{T}_{n \times k} = [(\mathbf{t}_1 - \bar{\mathbf{t}}) | \dots | (\mathbf{t}_k - \bar{\mathbf{t}})]$ .

El análisis de componentes principales busca un conjunto de  $n - 1$  vectores ortogonales que, en el sentido de mínimos cuadrados, minimicen la correlación entre las columnas de  $\mathbf{T}$ . La solución se encuentra calculando los vectores propios de la matriz de covarianza  $\Sigma_{n \times n} = \mathbf{T}\mathbf{T}^T$ . Como  $\Sigma$  es simétrica, siempre existe una base ortogonal  $\mathbf{U}_{n \times n}$  y una matriz diagonal  $\Lambda_{n \times n}$  que satisface la relación:

$$\Sigma = \mathbf{U}\Lambda\mathbf{U}^T, \quad (1)$$

donde  $\mathbf{U}_{n \times n}$  es la matriz de vectores propios y los valores propios de  $\Sigma$  son los elementos diagonales de la matriz  $\Lambda$ . Normalmente, se elige un número de vectores propios  $l$  para que se conserve una variabilidad suficiente en el entrenamiento. A partir de ahora, nos referiremos a la matriz  $\hat{\mathbf{U}}_{n \times l}$  como el modelo:

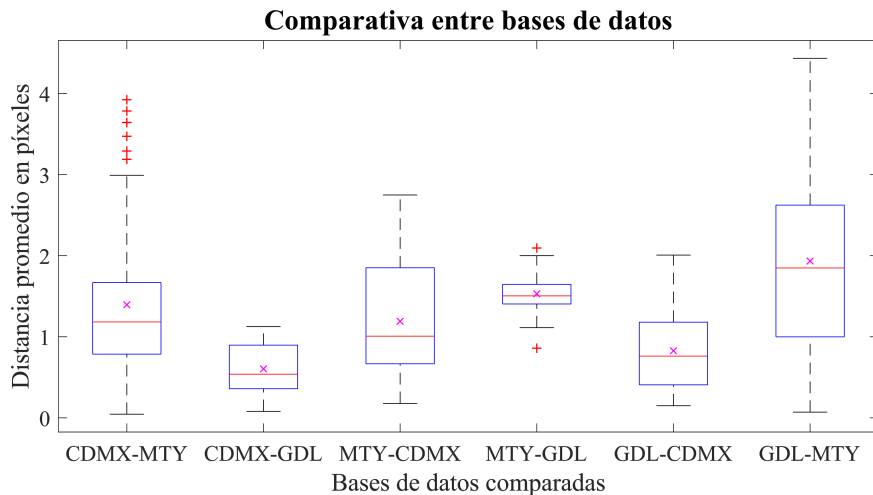
$$\mathbf{b} = \hat{\mathbf{U}}^T(\mathbf{t}_0 - \bar{\mathbf{t}}). \quad (2)$$

La aproximación del carril fuera de entrenamiento  $\mathbf{t}_0$  viene dada por:

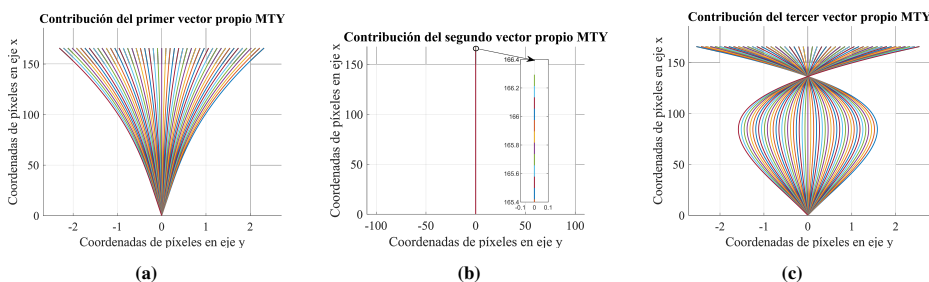
$$\mathbf{t}_0 \approx \bar{\mathbf{t}} + \hat{\mathbf{U}}\mathbf{b}. \quad (3)$$

### 3. Parametrización en dimensiones reducidas

De acuerdo con nuestros resultados, se observó que tres vectores propios fueron suficientes para capturar al menos 98 % de la variabilidad del modelo, para lo cual la matriz  $\hat{\mathbf{U}}$  se fijó en dimensiones  $204 \times 3$ . En consecuencia, usando el modelo es posible ajustar una ruta fuera de entrenamiento usando solo tres vectores propios.



**Fig.4.** Selección de la base de datos. Cada diagrama de caja se relaciona con un par de entrenamiento-prueba de carriles segmentados.



**Fig. 5.** Contribución de los primeros tres vectores propios del modelo MTY. (a) Las variaciones del primer vector propio muestran contribuciones relacionadas con los cambios de curvatura. (b) se relaciona con la longitud. (c) El tercer vector propio se relaciona con el alargamiento de la curvatura.

La figura 4 muestra el comportamiento de los pares de entrenamiento y prueba entre los diferentes conjuntos de datos utilizados en nuestros experimentos. Los diagramas de caja muestran que los datos MTY representan el modelo más robusto al ingresar carriles fuera de entrenamiento, ya que presenta el error de dispersión más pequeño.

Recordemos que, para lograr la reducción de dimensionalidad, primero una imagen de tamaño  $480 \times 640$  se somete a la segmentación de carriles; luego, se forma un vector  $204 \times 1$  a través de las coordenadas  $(x, y)$  adquiridas de los carriles segmentados; y finalmente, el modelo lo transforma en un vector de dimensión reducida de  $3 \times 1$ .

Para conocer la contribución de cada vector propio, éstos se re proyectaron mediante la expresión 3 variando el coeficiente de  $b$  entre los valores de  $[-12$  a  $12]$ , que representan el 66 por ciento de la distribución de datos  $b$ . Las contribuciones de forma y longitud de los carriles re proyectados resultantes se muestran en la Figura 5.

La figura 5a muestra que la contribución del primer vector propio corresponde a las variaciones de izquierda a derecha de los carriles, los cuales presentan una curvatura constante. Así, este vector propio tendrá una mayor participación en la reproyección de los carriles que corresponden a las curvas del camino. La contribución del segundo vector propio corresponde a un alargamiento con respecto al eje de coordenadas  $y$ , como se muestra en la figura 5b.

Alternativamente, la figura 5c presenta una contribución relacionada con un punto de inflexión, caracterizando otro tipo de curvatura observada en los carriles. El conocimiento previo de la contribución de los vectores propios permite diseñar una estrategia para el autoajuste de la covarianza dentro del filtro de Kalman propuesto.

#### 4. Segmentación probabilística basada en filtro de Kalman

El filtro de Kalman para la segmentación probabilística se formula a partir del análisis de reducción de dimensionalidad 2.2, que muestra un modelo generado por PCA que permite la reproyección de las rutas segmentadas en términos de tres parámetros. Dado que este modelo es lineal, el filtro de Kalman proporciona una solución recursiva eficiente del método de mínimos cuadrados que consta de dos etapas principales: predicción y actualización, la representación de estado de ambos se muestra en las ecuaciones 4 y 5, respectivamente:

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{A}_t \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{B}_t \mathbf{u}_t + \epsilon_t, \quad (4)$$

donde  $\mathbf{A}_{n \times n}$  es la matriz de estado,  $n$  es la dimensión del vector de estado  $\mathbf{x}_t$ . La matriz de control  $\mathbf{B}_t$ , es de tamaño  $n \times m$ , y  $m$  es la dimensión del vector de control  $\mathbf{u}_t$ . La variable aleatoria  $\epsilon_t$  es un vector aleatorio gaussiano de la misma dimensión que el vector de estado, con media cero y covarianza  $\mathbf{R}_t$ :

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{C}_t \mathbf{X}_t + \delta_t. \quad (5)$$

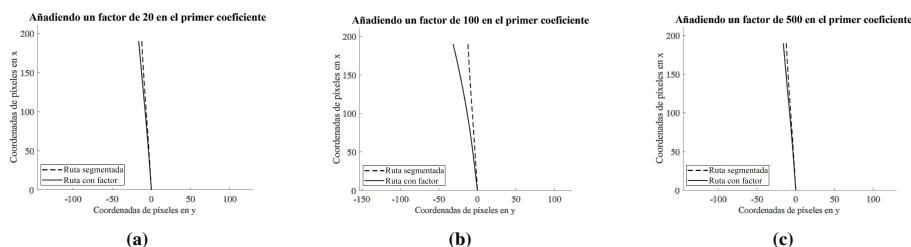
Aquí,  $\mathbf{C}_t$  es una matriz de tamaño  $k \times n$ , donde  $k$  comparte la misma dimensión que el vector de medición  $\mathbf{z}_t$ . El vector  $\delta_t$  describe el ruido de la medición y su distribución es gaussiana multivariante con media cero y covarianza  $\mathbf{Q}_t$ .

##### 4.1. Modelo de medición

De acuerdo con la ecuación del modelo de medición del filtro de Kalman en su forma de espacio de estados (ec. 5), y la ecuación 2 correspondiente a la reproyección de la ruta segmentada, el modelo de medición del método de segmentación probabilística queda definido por la siguiente expresión:

$$\mathbf{z}_t = \widehat{\mathbf{U}}^T \mathbf{x}_{t,d} + \delta_t, \quad (6)$$

donde  $\widehat{\mathbf{U}}$  es el modelo PCA de dimensión  $204 \times 3$  y  $\mathbf{x}_{t,d}$  es el carril segmentado dado por el detector de carril determinista con dimensión  $204 \times 1$ .



**Fig. 6.** Variación positiva del primer coeficiente. (a) Añadiendo un factor de 20. (b) Añadiendo un factor de 100. (c) Añadiendo un factor de 500.

## 4.2. Modelo de predicción

A nivel de imagen, no hay control sobre el comportamiento de los carriles. Por ello, la predicción dependerá directamente del ruido gaussiano añadido, transformando la ecuación 4, correspondiente a la predicción en su forma de espacio de estados como:

$$\mathbf{x}_t = \hat{\mathbf{U}}^T \mathbf{x}_{t-1} + \epsilon_t, \quad (7)$$

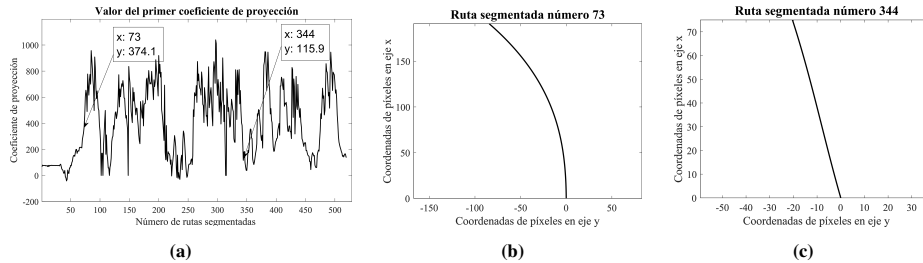
donde  $\mathbf{x}_{t-1}$  es el estado previo correspondiente a un carril de dimensión  $204 \times 1$ , re proyectado por la matriz  $\hat{\mathbf{U}}$  del modelo PCA de dimensión  $204 \times 3$ , y  $\epsilon_t$  es el ruido gaussiano con media cero y matriz de covarianza  $\mathbf{R}_t$  de tamaño  $3 \times 3$ .

## 4.3. Formulación del algoritmo de filtro de Kalman propuesto

Es importante señalar que no todos los carriles son segmentables por condiciones de iluminación u oclusiones, por tal motivo, el filtro propuesto en este trabajo realiza una estrategia para corregir tales situaciones. Esta estrategia se inspiró en [8], en la que se presentó un método para estimar la covarianza del ruido a partir de los datos del proceso, realizando una actualización de la covarianza durante los periodos transitorios y permitiendo así una rápida convergencia del filtro de Kalman ante la presencia de cambios repentinos en la observación. Este cambio en la segmentación de carriles surge por no detectar una ruta en el modelo de observación, con base en lo anterior, nuestra estrategia mantiene matrices de covarianza constantes mientras que el modelo de medición detecta una ruta y actualiza las covarianzas al no detectar una ruta.

### 4.3.1. Estrategia de actualización para matrices de covarianza

De acuerdo al análisis realizado en la sección 3, se observó que el primer vector propio corresponde a una contribución respecto a las variaciones de izquierda a derecha de los carriles, así como en la curvatura de la ruta proyectada. Esta contribución es significativa a partir de un factor del orden de las centenas como se muestra en la figura 6, donde se puede observar que al variar con valores positivos, la ruta comienza a adquirir una mayor curvatura, así como un desplazamiento de el punto final a la izquierda; para valores negativos, el comportamiento presenta simetría reflectiva.



**Fig. 7.** Definición de umbral para conocer el estado de la ruta segmentada. (a) Primer coeficiente con respecto a la ruta segmentada. (b) Ruta 73 correspondiente a una curva. (c) Ruta 344 correspondiente a una línea recta.

Las figuras 6b y 6c muestran un cambio significativo en la curvatura cuando se suma un factor del orden de centenas, presentando una diferencia de distancia promedio de 8,11 y 40,56 píxeles respectivamente, mientras que en la figura 6a esta distancia es de 1,62 píxeles con un factor de 20. Con este conocimiento previo se puede anticipar el comportamiento de la predicción cuando no se detecta una ruta  $x_{t,d}$ , identificando si el último estado corresponde a una línea o una curva.

Para obtener un umbral del primer coeficiente que determina si el estado corresponde a una línea recta o a una curva, se segmentaron 520 rutas de la base de datos MTY, de donde se obtuvieron los coeficientes de proyección (ver Figura 7a). Se observó que para valores mayores a 250 del primer coeficiente la ruta corresponde a una curva (ver figura 7b) y para valores menores a 250 la ruta corresponde a una línea recta (ver Figura 7c). Con el umbral que define el estado de la ruta y el conocimiento sobre el comportamiento de la ruta ante la variación de los coeficientes, se desarrolla la estrategia de actualización de las matrices de covarianza en el filtro de Kalman.

#### 4.3.2. Algoritmo de segmentación propuesto basado en el filtro de Kalman

El algoritmo 1 muestra, con base en la sección anterior, la estrategia para actualizar las covarianzas en ausencia de una ruta detectada  $x_{t,d}$ . En este algoritmo de actualización de covarianza, la función  $diag(\text{vec})$  devuelve una matriz diagonal cuyos elementos de la diagonal principal contienen el vector  $\text{vec}$ . El algoritmo muestra, en la línea 3, que al no obtener una ruta detectada  $x_{t,d}$  la incertidumbre en el modelo de medición aumenta por el factor 12. Por otro lado, en el modelo de predicción el factor 0,5 disminuye la incertidumbre. Estos factores aumentan linealmente por cada instante en que no existe ruta  $x_{t,d}$  mediante el contador  $c$  que aumenta en  $\Delta c$ .

Es importante señalar que se utilizan factores de escala positivos para esta actualización de matrices de covarianza, lo que garantiza que las matrices resultantes  $Q_t$  y  $R_t$  sean siempre simétricas y definidas positivas. Esto asegura que la estimación resultante mantendrá una distribución normal. En la línea 7 se calcula la diferencia entre la ruta segmentada y la estimación anterior en el espacio de dimensión reducida, lo que permite que desde las líneas 8 hasta la 16 se definan matrices de covarianza según el valor de la diferencia de los coeficientes.

---

**Algoritmo 1** Actualización de covarianzas ( $\bar{x}_t, x_{t,d}, R_t, Q_t$ ).

---

```

1: Inicio
2:    $c = 1; \Delta_c = 0,2; C_s = 100;$ 
3:   mientras  $x_{t,d} == \{\}$  hacer                                ▷ No hay información en el sensor visual
4:      $F\_Q_t = c * \text{diag}([12, 12]), \quad F\_R_t = c * \text{diag}([0,5, 0,5])$ 
5:     si  $x_{t,d}[1] > 250$  entonces                                ▷ Curva
6:        $M\_R_t = \text{diag}([mrt, 1, 1])$ 
7:        $\Delta_x = x_{t,d} - \bar{x}_t$ 
8:       si  $\Delta[1] > C_s$  entonces
9:          $R_t = F\_R_t * \text{diag}([R_t[1, 1], 0,1, 0,1]) * M\_R_t$ 
10:         $Q_t = F\_Q_t * \text{diag}([Q_t[1, 1], 0,1, 0,1])$ 
11:       si  $\Delta[2] > C_s$  entonces
12:          $R_t = F\_R_t * \text{diag}([0,1, R_t[2, 2], 0,1]) * M\_R_t$ 
13:          $Q_t = F\_Q_t * \text{diag}([0,1, Q_t[2, 2], 0,1])$ 
14:       si  $\Delta[1] > \Delta[2] > C_s$  entonces
15:          $R_t = F\_R_t * \text{diag}([R_t[1, 1], R_t[2, 2], 0,1]) * M\_R_t$ 
16:          $Q_t = F\_Q_t * \text{diag}([Q_t[1, 1], Q_t[2, 2], 0,1])$ 
17:        $c = c + \Delta_c$ 
18:   devolver  $Q_t, R_t$ 

```

---

**Algoritmo 2** Filtro de Kalman propuesto - segmentación ( $x_{t-1}, \bar{\Sigma}_t, x_{t,d}, Q_t, R_t$ ).

---

```

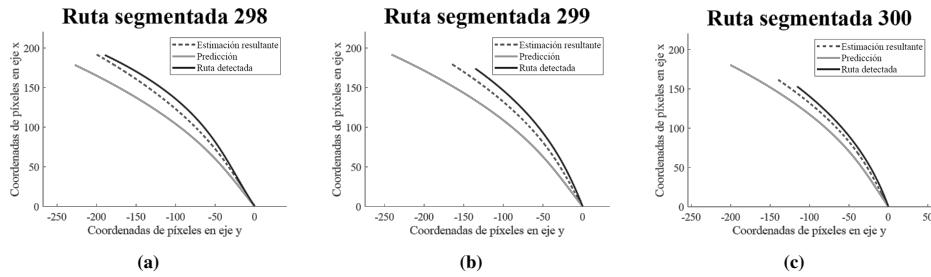
1: Inicio
2:   si  $t==1$  entonces
3:      $\bar{x}_t = \hat{U}^T(x_{t-1} - \bar{t})$ 
4:   si no
5:      $\bar{x}_t = x_t$ 
6:   si  $x_{t,d} == \{\}$  entonces
7:      $[Q_t, R_t] = \text{Actualizacion\_de\_covarianzas}(\bar{x}_t, x_{t,d}, R_t, Q_t)$ 
8:      $\bar{\Sigma}_t = \bar{\Sigma}_t + R_t$ 
9:      $K_t = \bar{\Sigma}_t(\bar{\Sigma}_t + Q_t)^{-1}$ 
10:     $x_t = \bar{x}_t + K_t(x_{t,d} - \bar{x}_t)$ 
11:     $\Sigma_t = (I - K_t)\bar{\Sigma}_t$ 
12:   return  $x_t, \Sigma_t$ 

```

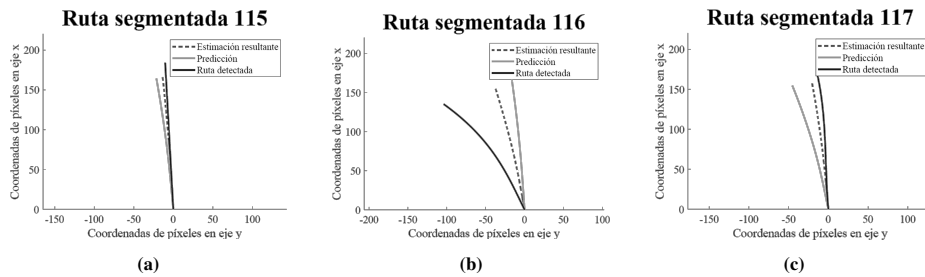
---

En caso de que la última ruta detectada sea una curva, se suma un factor para obtener una variación en el primer coeficiente de la estimación. Esto determina la transición de estimaciones en tramos de curva donde no es posible segmentar un carril. Dadas las ecuaciones 6 y 7 correspondientes al modelo de medición y predicción, respectivamente, se propone el algoritmo 2 basado en el filtro de Kalman diseñado en el espacio reducido de tres dimensiones.

En la línea 3 se inicia el filtro considerando una hipótesis del estado anterior  $x_{t-1}$ . En este proceso, las matrices de covarianza se mantienen constantes ante la segmentación exitosa de  $x_{t,d}$ . Sin embargo, cuando la detección de carril no está disponible, las covarianzas se actualizan de acuerdo al algoritmo 1. En la línea 9 se calcula la ganancia de Kalman  $K_t$ , la cual regula la contribución de la diferencia entre



**Fig. 8.** Estimación del método de segmentación probabilística. (a) Ruta segmentada 298. (b) Ruta segmentada 299. (c) Ruta segmentada 300.



**Fig. 9.** Regulación de la estimación ante una observación atípica. (a) Ruta segmentada 115. (b) Ruta segmentada 116. (c) Ruta segmentada 117.

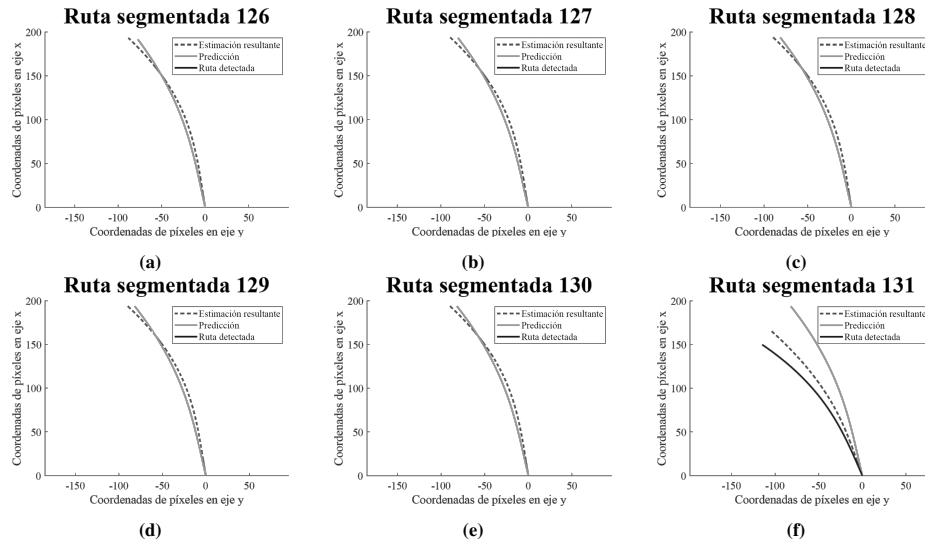
la ruta detectada  $\mathbf{x}_{t,d}$  y la estimación previa  $\bar{\mathbf{x}}_t$ , definida en la línea 10. Finalmente, la línea 11 actualiza la matriz de incertidumbre  $\Sigma_t$ . Los resultados obtenidos por el método de segmentación probabilística propuesto se presentan en la siguiente sección.

## 5. Resultados experimentales

En esta sección se valida la formulación del método de segmentación probabilística propuesto, poniendo a prueba su desempeño en la práctica mediante dos experimentos: el primero corresponde a la capacidad de segmentación al detectar la ruta  $\mathbf{x}_{t,d}$ ; el segundo muestra la capacidad predictiva del método ante la ausencia de información en el sensor visual.

### 5.1. Experimento 1: Segmentación con información en el sensor visual

Para este experimento se realizaron 520 estimaciones utilizando la bolsa de datos de MTY a 15 cuadros por segundo. De acuerdo con el cálculo de las matrices de covarianza,  $\mathbf{R}_t$  presenta una mayor incertidumbre, teniendo una varianza 36,72 % mayor en el primer valor de la diagonal, 36,72 % en el segundo valor y 13,01 % mayor en el tercer valor con respecto a la matriz de covarianza  $\mathbf{Q}_t$ . Estas matrices determinan la incertidumbre, indicando el grado de confiabilidad del modelo.



**Fig. 10.** Sección de curvas, las estimaciones en los cuadros de imagen 126 a 130 se realizan sin observación. (a), (b), (c), (d), (e) Muestran estimaciones realizadas sin observación. (f) Muestra la incorporación de una observación.

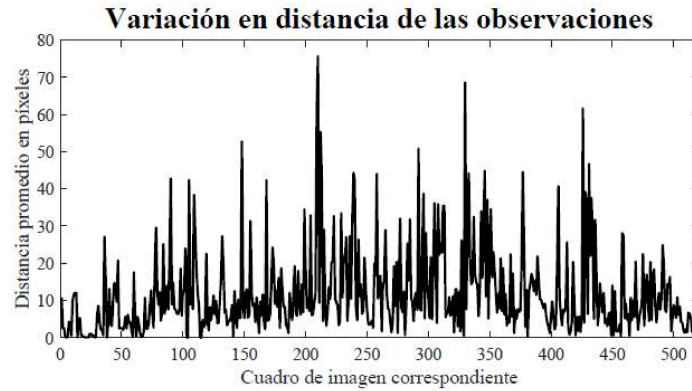
Por lo tanto, al tener una ruta detectada  $x_{t,d}$  el modelo de medición tiene una menor incertidumbre, y la estimación resultante  $x_t$  tendrá una mayor similitud con respecto a la ruta detectada en comparación con la predicción. Lo anterior se muestra en la figura 8, en la cual se presentan tres estimaciones consecutivas. Realizando una comparativa numérica, la predicción en la figura 8a presenta una diferencia en la distancia promedio con respecto a la ruta detectada de 18,74 píxeles, a diferencia de la estimación resultante que tiene una diferencia de 7,14 píxeles con respecto a la ruta detectada.

Debido a que las bolsas de datos se obtuvieron a 15 cuadros por segundo, se espera que el cambio en las rutas segmentadas y el resultado del método de segmentación probabilística tenga una transición suave, inclusive ante la entrada de una observación atípica. Esto debido a la estrategia propuesta de actualización de covarianzas que regula dicha transición y que se muestra en la figura 9. Note que en la figura 9b la estimación resultante tiene una mayor confiabilidad con respecto a la predicción, debido a que la ruta detectada en este cuadro tiene una gran variación con respecto a la información previa.

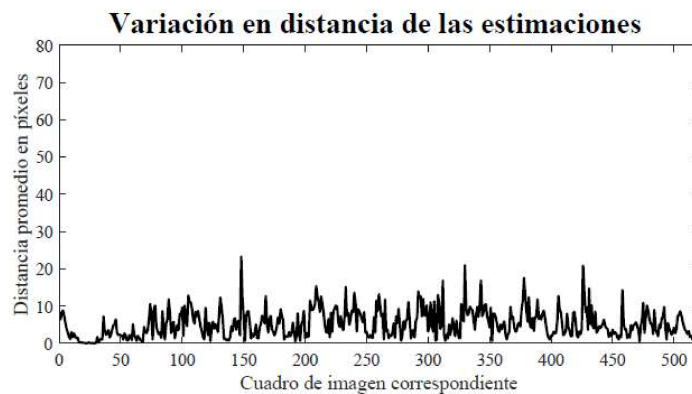
## 5.2. Experimento 2: Segmentación con ausencia de información en el sensor visual

Este experimento tiene como finalidad demostrar la capacidad predictiva del método de segmentación probabilística ante la ausencia de información en el sensor visual. Para ello en este experimento se realizaron pruebas en secciones donde se presentan diferentes periodos de oclusión. La figura 10 muestra la variación en la estimación de rutas sin observación, en la que existe una diferencia significativa en el espacio de





**Fig. 11.** Diferencia promedio en píxeles entre observaciones deterministas. La variación corresponde a un cambio significativo en el carril.



**Fig. 12.** Diferencia promedio en píxeles entre estimaciones. Se observa una transición suave entre estimaciones.

dimensión reducida de 43.1 píxeles con respecto a la predicción realizada, demostrando la capacidad predictiva del método propuesto. Con estos experimentos se ha mostrado que el método propuesto basado en el filtro de Kalman tiene como resultado una transición suave en las estimaciones, este comportamiento es favorable dado que no se presenta un cambio atípico en los carriles. Por otro lado, a nivel determinístico el modelo de observación presenta cambios significativos de un carril a otro.

En la figura 4.17 se observa este comportamiento para 520 observaciones en el cual se incluyen secciones de recta y curva. Note que existe una gran variación entre las observaciones, ya que se realiza una parametrización de los carriles con la información obtenida en el tiempo  $t$ , la cual puede no ser confiable debido principalmente a cambios de iluminación. El filtro de Kalman considera la información previa y regula la contribución de la nueva observación, dando como resultado un comportamiento suave de las transiciones como se muestra en la figura 12.

## 6. Conclusiones

En este artículo, propusimos un método de segmentación probabilística basado en el filtro de Kalman, el cual fue diseñado en un espacio de dimensión reducida mediante el análisis de componentes principales con el cual se validó un modelo lineal que permite la reproyección de rutas en dicho espacio. La importancia de este modelo radica en que proviene de datos de rutas recolectadas en tres diferentes competencias de vehículos autónomos, lo cual es de relevancia en el estudio de las variaciones principales de rutas para competencias de vehículos a escala. Hemos realizado una evaluación experimental que demuestra la eficiencia en el desempeño del método para estimaciones de forma y dimensión de carriles.

En los experimentos se hace visible la regulación del método para lograr una transición suave entre estimaciones, inclusive ante la entrada de una observación atípica realizada por el detector de carril determinístico, además el método muestra capacidades predictivas ante cuadros de imagen con oclusiones debido a la estrategia desarrollada para la actualización de covarianzas. Como trabajo futuro, planeamos incorporar información adicional de otros sensores en el modelo de medición y el uso de técnicas más sofisticadas para la parametrización de curvaturas.

## Referencias

1. Assidiq, A., Khalifa, O., Islam, R., Khan, S.: Real time lane detection for autonomous vehicles. *International Conference on Computer and Communication Engineering*, pp. 82–88 (2008) doi: 10.1109/ICCCE.2008.4580573
2. Danescu, R., Nedeveschi, S.: Probabilistic lane tracking in difficult road scenarios using stereovision. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 10, no. 2, pp. 272–282 (2009) doi: 10.1109/tits.2009.2018328
3. Elnaz, B., Ali, G., Zohreh, A., Mansoor Zolghadri, J.: Supervised principal component analysis: Visualization, classification and regression on subspaces and submanifolds. *Pattern Recognition*, vol. 44, no. 7, pp. 1357–1371 (2011) doi: 10.1016/j.patcog.2010.12.015
4. Johnson, S. C.: Hierarchical clustering schemes. *Psychometrika*, vol. 32, no. 3, pp. 241–254 (1967) doi: 10.1007/BF02289588
5. Kuo Yu, C., Sheng Fuu, L.: Lane detection using color-based segmentation. *IEEE Proceedings. Intelligent Vehicles Symposium*, (2005) doi: 10.1109/ivs.2005.1505186
6. Li, M., Li, Y., Jiang, M.: Lane detection based on connection of various feature extraction methods. *Advances in Multimedia*, vol. 2018, pp. 1–13 (2018) doi: 10.1155/2018/8320207
7. Liu, G., Wörgötter, F., Markelić, I.: Combining statistical Hough transform and particle filter for robust lane detection and tracking. *IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pp. 993–997 (2010) doi: 10.1109/ivs.2010.5548021
8. Macias, J., Exposito, A.: Self-tuning of Kalman filters for harmonic computation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 21, no. 1, pp. 501–503 (2006) doi: 10.1109/tpwrd.2005.860411
9. Meuter, M., Muller-Schneiders, S., Mika, A., Hold, S., Nunn, C., Anton, K.: A novel approach to lane detection and tracking. *12th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*, pp. 1–6 (2009) doi: 10.1109/itsc.2009.5309855
10. Odelson, B., Lutz, A., Rawlings, J.: The autocovariance least-squares method for estimating covariances: application to model-based control of chemical reactors. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 14, no. 3, pp. 532–540 (2006) doi: 10.1109/tcst.2005.860519

11. Thorpe, C., Herbert, M., Kanade, T., Shafer, S.: Toward autonomous driving: the CMU navlab I. Perception. *IEEE Expert*, vol. 6, no. 4, pp. 31–42 (1991) doi: 10.1109/64.85919
12. Thrun, S., Burgard, W., Fox, D.: Probabilistic robotics, pp. 16–39. MIT press (2005)
13. Truong, Q. B., Lee, B. R.: New lane detection algorithm for autonomous vehicles using computer vision. *International Conference on Control, Automation and Systems*, pp. 1208–1213 (2008) doi: 10.1109/iccas.2008.4694332
14. Yue, W., Eam Khwang, T., Dinggang, S.: Lane detection and tracking using B-Snake. *Image and Vision Computing*, vol. 22, no. 4, pp. 269–280 (2004) doi: 10.1016/j.imavis.2003.10.003
15. Zou, Q., Jiang, H., Dai, Q., Yue, Y., Chen, L., Wang, Q.: Robust lane detection from continuous driving scenes using deep neural networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 69, no. 1, pp. 41–54 (2020) doi: 10.1109/tvt.2019.2949603