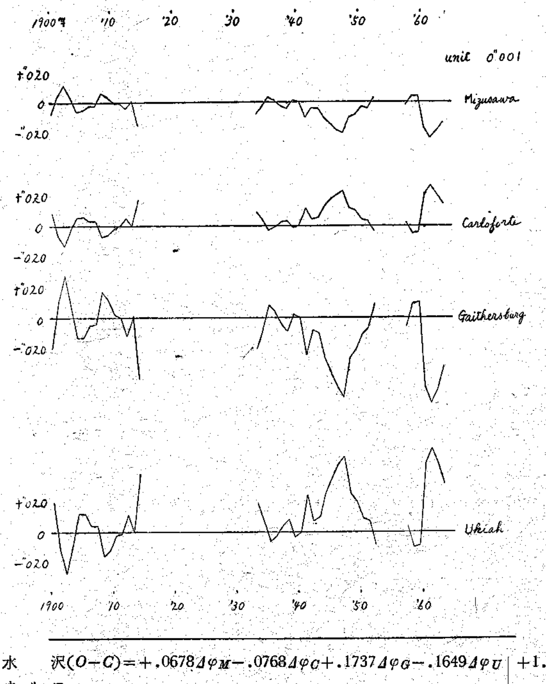
国際極運動事業の問題点

若 生 康 二 郎*

1. はじめに

1962年初頭から，水沢に国際緯度事業（ILS）を発展させた国際極運動事業（IPMS）の計算中央局が設置された．IPMSの目的や，計算中央局に課せられた責任はいろいろあるが，要は瞬間自転軸の平均極の周りの運動を示す座標（x, y）を求めるのに有効な，あらゆる天文観測を綜合して，より精密な極運動座標を計算・発表することにある．したがって観測機械，観測方法，観測星系の異なる観測結果の斉一化ができさえすれば，後は極運動座標算出公式によって計算は可能となる．この斉一化にあたって問題となるのは，局地誤差・観測星の星表誤差，非極運動変化の処理である．この点は，1899年から続いているILSでも大きな問題となっているもので，ILSの結果を処理するときこの問題点をいかに妥当な方法で処理するかが解決されれば，充分IPMSの問題解決にも拡張できることが予想される．ILSにおいてこれまでどのような手段がとられてきたかを振り返ってみて，IPMS今後の方針の基礎にしてみたい．



水　沢$(O-C)=$	$+.0678\varDelta\varphi_M$	$-.0768\varDelta\varphi_C$	$+.1737\varDelta\varphi_G$	$-.1649\varDelta\varphi_U$	$+1.00$
カルロフォルテ$(O-C)=$	$-.0768$	$+.0868$	$-.1965$	$+.1865$	-1.13
ゲーザースバーグ$(O-C)=$	$+.1737$	$-.1965$	$+.4448$	$-.4221$	$+2.56$
ユカイア$(O-C)=$	-1.649	$+.1865$	$-.4221$	$+.4006$	-2.43

第1図　ILS 4観測所の（$O-C$）と（$O-C$）計算の係数 K_{ij}

2. （$O-C$）

極運動座標計算は最小2乗法を用いるから，あくまでも観測値は偶然誤差しかもたないという大前提にたつている．偶然誤差か系統誤差かは（$O-C$）すなわち（観測値－計算値）の性質を調べてみればよい．第1図はILS観測所のうちキタブを除いた水沢，カルロフォルテ，ゲーザースバーグ，ユカイヤ4観測所の，1900年から'63年までの（$O-C$）の一年平均値を描いたものである．ここでいう計算値はILSの場合（x, y, z）の3量である．途中の欠けた所はゲーザースバーグの観測中止および未報告の期間である．図からも明瞭であるが，水沢の（$O-C$）を1とすると，$M:C:G:U$は正確に$1:-1.13:+2.56:-2.43$となっている．もしこれらの（$O-C$）を解析して，例えば水沢の緯度（局地変化）は減少し，水沢とほとんど対称の位置にあるゲーザースバーグがその2.6倍も減少しているという結果がでてくるが，それは決しておのおのの観測所の局地的な緯度の減少を示していることにはならない．4観測所の場合独立な（$O-C$）はただ一個しかないからである．5観測所の（$O-C$）は，チェツキニが1955年から'59年までの資料について発表しているが，その（$O-C$）は4観測所の場合と若干異って水沢とキタブ，ゲーザースバーグとユカィヤが全く反対称の形を示しカルロフォルテがそれらを混合したような変化を示している．これは求めんとする未知量の数に対して観測所の数が少なすぎるとき，（$O-C$）が観測所自身の局地誤差そのものにならないことを示している．もし観測所が一定ならば，あらかじめ（$O-C$）計算の係数を計算しておくことができる．第1図の下にある数値がその係数であって，この係数が互に一定の比をもっているので（$O-C$）が定ってしまうのである．思考実験として理想的な等間隔分布をする観測所を仮定し，観測所数をだんだん増やして（$O-C$）計算の係数を作ってみると（$O-C$）がi観測所の局地誤差それ自身に近ずくのは，観測所数が少くとも未知量の6倍以上なければならないことが分る．11倍以上になると数の増加の影響は数の平方根に比例するのではとんど無意味になる．（$O-C$）の独立性が薄いということは，換言すれば，解（x, y, z）がある経度に位置する観測所の誤差の影響をうけ易く不精確になるということ

* 水沢緯度観測所
Y. Wako; Miscellaneous Problems for the International Polar Motion Service.

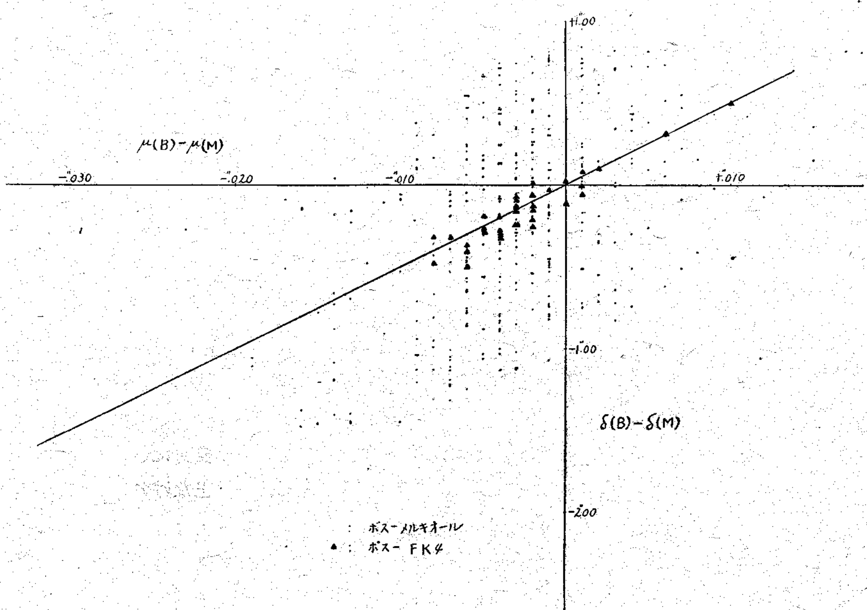
であって，IPMS では ILS よりも観測所数を増すことができ局地誤差の影響が小さくなることが期待される．

3. 観測所の増減と解の変化

局地誤差検出の便法として，観測所数を減らしたときの解の変化から除いた観測所の局地誤差を調べる方法がある．この例は緯度報告でもたびたび発表になっているもので，1964 年マルコビッチは平均極の永年変化に及ぼす観測所の局地誤差を決定する手段として，今後 IPMS 中央局は 5 観測所によって解いた $(x,\ y)$ だけでなく 4 または 3 観測所による解もあわせ発表するのが望ましいとのべた．この方法が果して有効なものであるかを調べてみる．観測所が一定のとき，(x, y, z) 計算の係数 (a_i, b_i, c_i) や $(O-C)$ 計算の係数 (K_{ij}) を前もって計算できる．解 (x, y, z) と，ある i 観測所を除いた時の解 (x', y', z') は，i 観測所の係数と $(x-x')=a_i/K_{ij}\cdot(O-C)_i$ の関係がある．ここで x を $(y,\ z)$ で，a_i は $(b_i,\ c_i)$ で置換すれば $(y-y')$, $(z-z')$ の場合になる．この関係式から，$(O-C)_i$ が i 観測所の局地誤差そのものであっても，観測所数が少く，分布が不等間隔であると，i 観測所の位置によって係数 $\left(\dfrac{a_i}{K_{ii}}\right)$ が大きく変化するから，あたかも i 観測所の局地誤差が見掛上大きい結果になる．一方これらの係数 $\left(\dfrac{a_i}{K_{ii}}\right)$ は観測所数の増加と等間隔分布を作ることによっていくらでも零に近ずくものであって，本来一観測所を増減させても解はほとんど変らないはずである．このことは前述したことを別のいい方をしているのであって，結局観測所数が少く，不等間隔分布であっても，観測所数が多く等間隔分布であっても，観測所数の増減によって局地誤差は決定できないから中央局としては $(x',\ y',\ z')$ を計算する必要はない．ILS が IPMS になれば観測所数を充分多くとることができるが，現在のところ観測所が偏在しているため不等間隔分布の影響が強くなる．不思議なことは，これまで発表されたどんな $(x,\ y)$ にも，確率誤差 $(p.e.)$ がつけられた事実はないということである．$p.e.$ は観測所数と分布の重みを含んでいるから，解に $p.e.$ をつければ，種々の方法によって得られた $(x,\ y)$ の精度を比較できる．ILS の結果がいいとか，ILS の結果によく合うとかは，ILS の結果を絶対のものとしているのであって，誤差論からいえば $p.e.$ の小さいものの方が精度がよいと判定する外はない．算出された極運動座標の精度をみるため，今後発表する $x,\ y$ には，観測値えの補正量とその導出法，$(O-C)$ と $p.e.$ を明示しておくことが望ましい．

4. 子午環による赤緯観測

緯度観測値に含まれる星表位置の誤差を決定するには，子午環観測を強化継続するのがもっとも直接的な方法である．1899 年以降観測された ILS の星は 440 個あり，今後観測する星はすべてボス星表から撰ぶことになっている．ILS 星の子午環観測を実行したのはユックル天文台である．1952 年から 1957 年にかけて観測した赤緯だけの結果は観測星表としてまとめられ，さらに 1840 年以降の観測をも含めて FK3 システムに直した赤緯および赤緯固有運動が 1963 年メルキオールによって発表された．これには $\delta(B)-\delta(M)$, $\mu(B)-\mu(M)$ の表現でボス星表との差はのつているが FK4 との共通星 36 個の結果はまったくないので，メルキオール星表が果して基礎星表に匹敵する精度をもっているかどうかの判定はできない．そこで古川麒一郎の簡明な検定法を使ってみる．この検定では同じ平均元期をもつ標準基礎星表と比較せんとする星表があるとき，互いの赤緯 (δ) の差と赤緯固有運動 (μ) の差を作る．平均元期を T とし比較星表の観測元期を T_0 とすると $(\delta\text{の差})\fallingdotseq(\mu\text{の差})(T-T_0)$ の関係があるという．第 2 図は（ボス－メルキオール）の



第 2 図　メルキオール，ボス，FK4 星表の赤緯・固有運動差の関係

関係と，別に計算した（ボスーFK4）の関係を合せ表わしたものである．ボスの平均観測元期は約 1900 年，平均元期はすべて 1950.0 年であるから，$(T-T_0)$ は 50 年となる．（ボスーFK4）では，(δ の差)=(μ の差)(52.4 年)$-0''.025$，(δ の差）と（μ の差）の相関係数は 0.95 であり，（ボスーメルキオール）では，(δ の差)=(μ の差)(17.9 年)$-0''.112$，相関係数は 0.30 となり，メルキオール星表の個々のバラツキは大きいようである．メルキオールは今後更に FK4 システムへの整約や，数年たつて子午環観測を再開したい考えをもっている．ソビエトのハーリンは北半球で眼視天頂儀観測をしている 13 プログラム星の鉛直環観測の星表を 1963 年発表している．メルキオール星表は現在のところ個々の星の赤緯誤差や固有運動誤差の改正にはなお精度不十分であるが，ILS 星全体としてみれば，ボス星表の補正としては，一応有意性があるから，今後さらに資料の蓄積を行えば緯度星の星表誤差を子午環で決定することが可能であらう．写真天頂筒の星も現在子午環観測が行なわれつつあるが，メルキオール星表から考えても子午環観測はさらに強化されるべきものと思われる．

5. 連　鎖　法

緯度観測値それ自身から星表誤差を決定する連鎖法という方法がある．始め一群を形成する星が全部観測されたとすると，群平均値と各星の値の差を—群平均への整約—として，ある一群内部での星表誤差を調整する．群内部での固有運動にたいする調整も数年間の結果を用いてなされる．次いでプログラム全体の群相互間の調整—平均システムへの整約—を行なわなければならない．このため同一時期に観測される二群の差を求め，これを毎月続けて再び同じ二群が観測されるまで行なう．二群の差は緯度に日周変化がないとすれば，二群の平均赤緯誤差の差であるから，これらの差からプログラム全群の赤緯補正の和が零になるように誤差が求められる．したがって j 群の平均赤緯誤差を $d\delta_j$ とし，連鎖法によって求められるそれを $\Delta\delta_j$ とすれば $\Delta\delta_j=d\delta_j-\sum d\delta_j/N$ となる．N は群の数である．固有運動も数年間の材料から，最小2乗法と連鎖法の併用で求められる．固有運動はある平均緯度観測元期 (t) と星表の平均元期 (t_0) に対して $\Delta\mu_j=d\mu_j(t-t_0)-\dfrac{\sum d\mu_j(t-t_0)}{N}$ となる．連鎖法によって求められる赤緯誤差はあくまでも相対的なものであって，真の誤差に対して常に $\dfrac{\sum d\delta_j}{N}$，$\dfrac{\sum d\mu_j(t-t_0)}{N}$ だけ異っている．したがって連鎖法によって観測緯度を補正しても，$\sum\Delta\delta_j=0$ であるから，補正された緯度の数年間の平均をとってもやはり $\dfrac{\sum d\delta_j}{N}$ はそのまま残る．固有運動の方は各群の観測元期 (t_j) が異るが，連鎖法で決定される元期が年央であるから，$\sum\Delta\mu_j(t_j-t_0)\fallingdotseq 0$ となってこの場合も誤差は補正されないことになる．すなわち連鎖法では固有運動誤差が大部分残るから，平均緯度の永年変化と重合してしまう．ILS 観測星では後述する Z 項法によって星表誤差そのものが求められるが，独立観測所では連鎖法によって星表誤差を求めるしか方法がないから，観測星を FK4 のような現代最高の精度をもつ基礎星表からのみ選ぶか，常に子午環観測を行なって $\dfrac{\sum d\delta_j}{N}$ や $\dfrac{\sum d\mu_j(t-t_0)}{N}$ を決定しておかないと，平均緯度が確定しないことになる．

6. Z　項　法

ILS 観測所のように，同じ星を同じ機械で観測する場合は，星表誤差は各観測所にたいして共通な誤差となる．そのため観測所の経度に無関係な第3の未知数 Z を加えて解けば，極運動座標 (x, y) は星表誤差に無関係に求まり Z は星表誤差そのものとなる．すなわち j 群の観測元期を t とし星表の平均元期を t_0 とすれば，j 群の観測値から作られる Z は，$Z_{j.t}=d\delta_j+d\mu_j(t-t_0)$ である．この Z の符号を変えたものが赤緯補正であるという考えは 1949 年以降チェッキニによって採用されている．Z 項法で赤緯誤差が求められるには同じ星を観測する観測所が必要で，すなわち同緯度上に観測所があるから可能なのである．現在同緯度で同じ星を観測しているのは ILS 5観測所である．中国の天津も同じ北緯 39°8′ にあって口径 18 cm の大天頂儀で，ILS 星を観測しているがまだ直接 IPMS には参加していない．またソビエトのイルクーツクとポーランドのポズナンが共同観測している．水沢の写真天頂筒（PZT）を一関市の緯度に移せばワシントン海軍天文台の PZT と共同観測が可能となる．数年前水沢 PZT の一関移転問題がいろいろな理由で沙汰止になったが，同じ緯度で共同観測することは現在のところ子午環観測や連鎖法による赤緯誤差の決定より有効なので，天文学長期計画の一環として再び一関移転問題が検討されている．ただし観測所が2つでは Z は求められないから，少くとももう一ヵ所 38°55′ 線上に PZT が設置されることが望ましい．マルコビッチはその候補地として，リスボン，キタブ，サルヂニヤを上げている．星表誤差ばかりでなく汎世界的な非極運動変化や，機械誤差の問題についても同じ星の観測は有効な方法であるから，今後新設される極運動観測機械はできるだけ ILS やその他既存の観測所と同一緯度に設置されるのが望ましい．

7. 非極性変化

赤緯誤差決定法として Z 項法はもっとも有効な方法であるが，ここで問題になるのは汎世界的な非極運動変化の存在である．この一年周期をもつ変化は木村項とも Z 項とも呼ばれているが，観測値の星表誤差を連鎖法によって修正したとき求められる Z と，何ら補正しない観測

(1) $Z=(Z_{t.j}+Z_{t,j+1})/2=\left\{\frac{\sum d\delta_j}{N}+\frac{\sum d\mu_j(t-t_0)}{N}\right\}+\sum a_{mn}\cos n\Delta\alpha\sin(m_{\odot}t+n\alpha_j+A_{mn}+n\Delta\alpha)$
$-\sum'\frac{a_{mn}\sin n\Delta\alpha\cos(m+n)\Delta\alpha}{\sin(m+n)\Delta\alpha}\sin\{m_{\odot t}+n\alpha_j+A_{mn}+n\Delta\alpha\}$

(2) $\zeta=\zeta_n-\zeta_a=\sum 2a_{mn}\sin n\Delta\alpha\cos(m_{\odot t}+n\alpha_j+A_{mn}+n\Delta\alpha)$
$-\sum' 2a_{mn}\sin n\Delta\alpha\cos\{m_{\odot t}+n\alpha_j+A_{mn}+n\Delta\alpha\}$

(3) $Z=Z_{j.t_1}-Z_{j.t_2}=-\sum 2a_{mn}\sin m\Delta\alpha\cos(m_{\odot t_1}+n\alpha_j+A_{mn}+m\Delta\alpha)$

(4) $Z=(Z_{jt_1}+Z_{jt_2})/2=\left\{\frac{\sum d\delta_j}{N}+\frac{\sum d\mu_j}{N}(t-t_0)\right\}+\sum a_{mn}\cos m\Delta\alpha\sin(m_{\odot t_1}+n\alpha_j+A_{mn}+m\Delta\alpha)$
$-\sum'\frac{a\sin n\Delta\alpha}{\sin(m+n)\Delta\alpha}\sin(m_{\odot t_1}+n\alpha_j+A_{mn}+m\Delta\alpha)$

(5) $Z_{j,t}=\left\{\frac{\sum d\delta_j}{N}+\frac{\sum d\mu_j(t-t_0)}{N}\right\}+\sum a_{mn}\sin(m_{\odot t}+n\alpha_j+A_{mn})$
$-\sum'\frac{a_{mn}\sin n\Delta\alpha}{\sin(m+n)\Delta\alpha}\sin(m_{\odot t}+n\alpha_j+A_{mn}-m\Delta\alpha)$

(6) $Z=(Z_{j,t_1}+Z_{j.t_2})/2=\{d\delta_j+d\mu_j(t-t_0)\}+\sum a_{mn}\cos m\Delta\alpha\sin(m_{\odot t_1}+n\alpha_j+A+m\Delta\alpha)$

(7) $Z_{j.t_1}-(Z_{j.t_1}+Z_{j.t_2})/2=-\sum a_{mn}\sin m\Delta\alpha\cos(m_{\odot t_1}+n\alpha_j+A_{mn}+m\Delta\alpha)$
$Z_{j.t_2}-$ 〃 $=+$ 〃 〃

(8) $Z=(Z_{j.t_1}+Z_{j.t_2}+Z_{j.t_3})/3=\{d\delta_j+d\mu(t-t_0)\}+\sum\frac{a_{mn}}{3}(2\cos 2m\Delta\alpha+1)\sin(m_{\odot t_2}+n\alpha_j+A_{mn})$

(9) $Z_{j.t_1}-(Z_{j.t_1}+Z_{j.t_2}+Z_{j.t_3})/3=\sum\frac{2a_{mn}}{3}\{-\sin 2m\Delta\alpha\cos(m_{\odot t_2}+n\alpha_j+A_{mn})$
$-\sin m\Delta\alpha\cos(m_{\odot t_2}+n\alpha_j+A_{mn}-m\Delta\alpha\}$
$Z_{j.t_2}-$ 〃 $=\sum\frac{4a_{mn}}{3}\sin^2 m\Delta\alpha\sin(m_{\odot t_2}+n\alpha_j+A_{mn})$
$Z_{j.t_3}-$ 〃 $=\sum\frac{2a_{mn}}{3}\{+\sin 2m\Delta\alpha\cos(m_{\odot t_2}+n\alpha_j+A_{mn})$
$+\sin m\Delta\alpha\cos(m_{\odot t_2}+n\alpha_j+A_{mn}+m\Delta\alpha)\}$

(10) $Z_{j.t}=\{d\delta_j+d\mu_j(t-t_0)\}+\sum a_{mn}\sin(m_{\odot t}+n\alpha_j+A_{mn})$

(11) (3群観測の平均 $\Delta\delta_j$)$-(8)=\left\{-\frac{\sum d\delta_j}{N}-\frac{\sum d\mu_j(t-t_0)}{N}\right\}+\sum'\frac{a_{mn}\sin n\Delta\alpha\cos m\Delta\alpha}{\sin(m+n)\Delta\alpha}\sin(m_{\odot t_2}$
$+n\alpha_j+A_{mn})-\sum\frac{a_{mn}}{3}(2\cos 2m\Delta\alpha+1)\sin(m_{\odot t_2}+n\alpha_j+A_{mn})$

第一表　種々の Z 表現とその内容
非極性変化の $\sum$ は m, n についての和, $\sum'$ は $m+n=0$ の項は含まない, $\Delta\alpha=15°$

値から得られるZでは内容が異ることを区別しておく必要がある．これを明確に示したのは故服部忠彦博士である．博士の遺された筐底にあった“Z項の特性について”の論文は未完のもので，博士はさらに加筆訂正する予定であったと思われる．博士の遺稿に若干の修正と追加をしたものが第一表である．博士は太陽の黄経と星の赤経を組合はせて日周変化,年周変化,振幅が年周変化する日周変化などの一般式として $\sum_{m,n} a_{mn}\sin(m_{\odot t}+n\alpha_j+A_{mn})$ をとり，それが連鎖法やZ項の中でどう変化してゆくかを追跡した．m, n は任意の整数，t は j 群の観測元期，$\odot$, α はそれぞれ平均太陽黄経，平均赤経である．第一表でZの内容は一つとして同じものがない．補正の点からみれば (10) の符号をかえて観測値に補正すれば星表誤差と非極性変化が消去され真の極運動によるもののみ残る．しかし星表誤差を決定するとか，汎世界的な周期変化は ILS 観測所だけに存在するもので，独立観測所にはまだ確証がないという意見には，星表誤差と非極性変化の分離を考えなければならぬ．また天文学地球物理学的研究からいっても非極性変化の解析は重要な問題であって，純粋な非極性変化の抽出が望まれる．

一般に緯度観測は一群2時間で一晩2群から3群観測している．その平均観測時刻は毎月一定である．このとき平均太陽黄経と観測時刻の平均赤経の進みは時間にして等しく2時間である．したがって各群のZを毎月ならべると，赤経の引数を含む日周変化は見掛上黄経を引数に含む年周変化と重り合う．ある月の2群の差をとればある月に対する年周変化分は消去されてしまうから，連鎖法的に解けば日周変化が決定できるが，日周変化の振幅が年周変化をする成分は決定できない．1955年からILSは一晩3群観測を始めたが，その結果は日周変化の振幅が年周変化をすると考えられる．この点Z表現の (2) のZは緯度報告第5，6巻にのっているようにζが年周変化を示すのは日周変化の振幅が年周変化することを示している．なんとなれば表現 (2) の場合 $n=0$ ならば $\zeta=0$ となりもし日周変化がないならば少しも変化は現われないからである．（以下 68 頁へ）