

# 量子絡み合いと量子2.0

(エンタングルメント)

2024.4.14 K. Kume

当初は、アカデミックで、何の応用も考えられなかったことが、圧倒的な基盤技術になって社会に浸透することがある。

# 物理学の歴史

## 古典物理学

ニュートン力学(Newton : 1687年)

古典電磁気学(Maxwell : 1864年)

熱力学

## 現代物理学

特殊相対論(Einstein : 1905年)

一般相対論(Einstein : ~1914年)

量子力学 → 相対論的量子力学(Dirac)

→ 場の量子論

統計熱力学

個別分野 (宇宙、素粒子、原子核、物性、・・・)

量子力学のおよその完成（1930年頃）

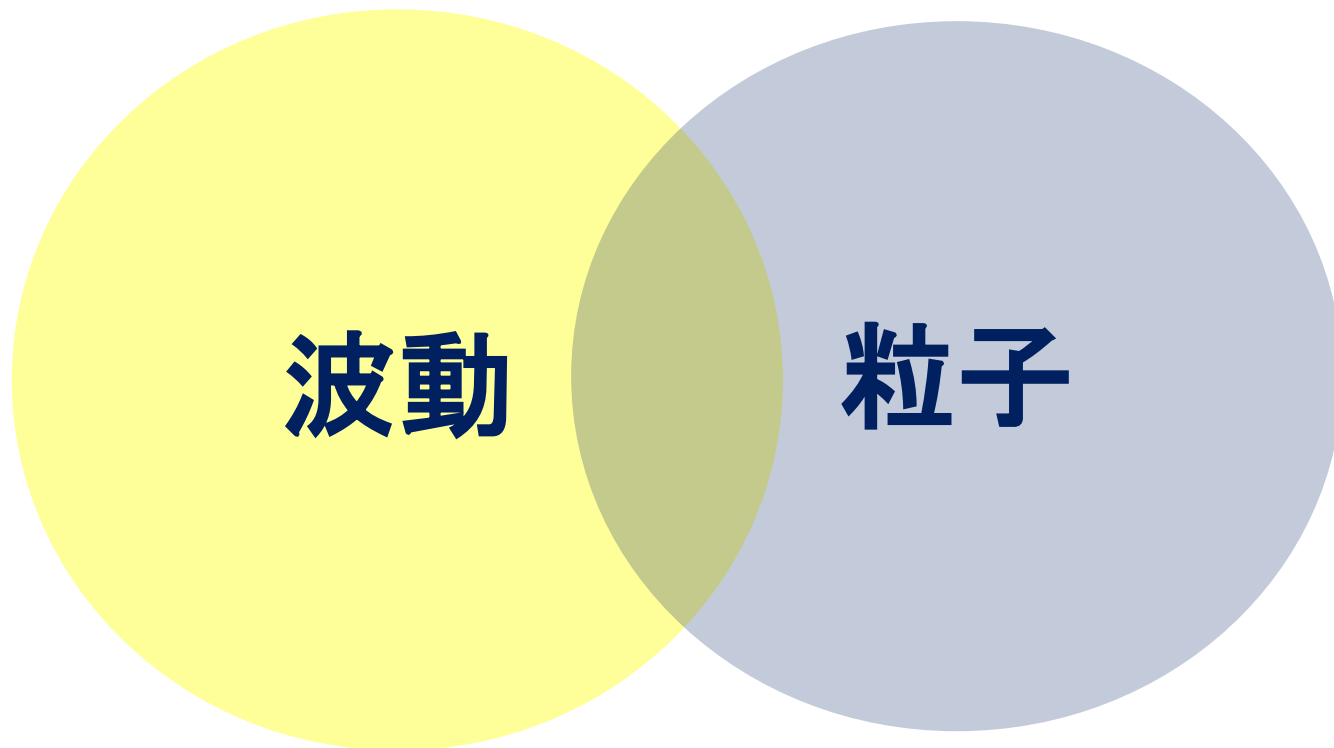
言うまでもなく、量子力学は現代社会の  
基盤技術となった（ハイテクのすべて）

量子力学の原理として重要な

**「粒子性と波動性」の二重性の活用**

→ **量子1.0**

物質はすべて



波動

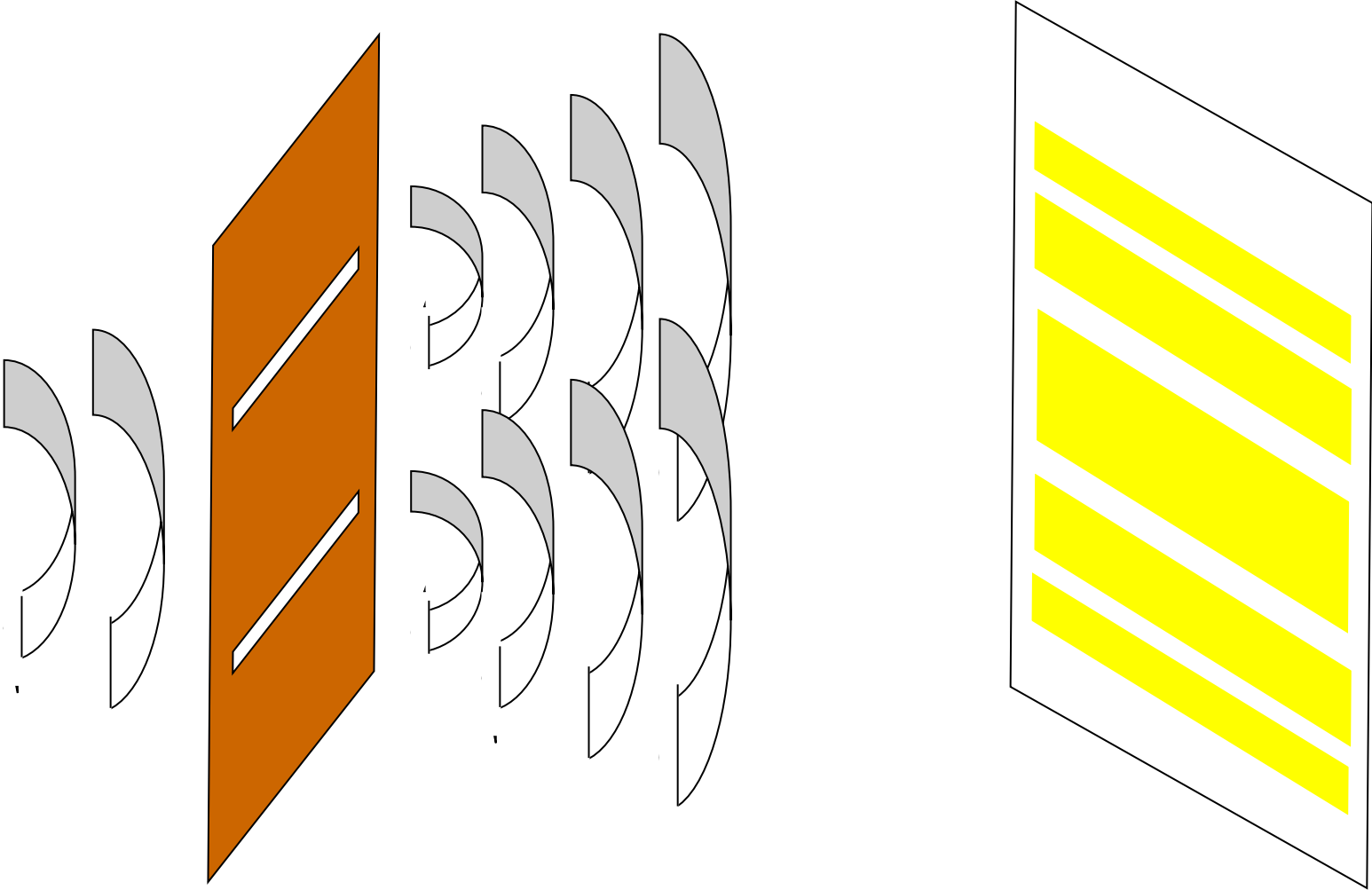
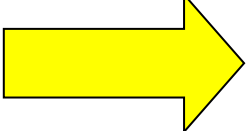
粒子

「粒子と波動の2重性」ってどういうこっちゃ  
意味わからん

論より証拠・・・実験データを見してみる  
その前に

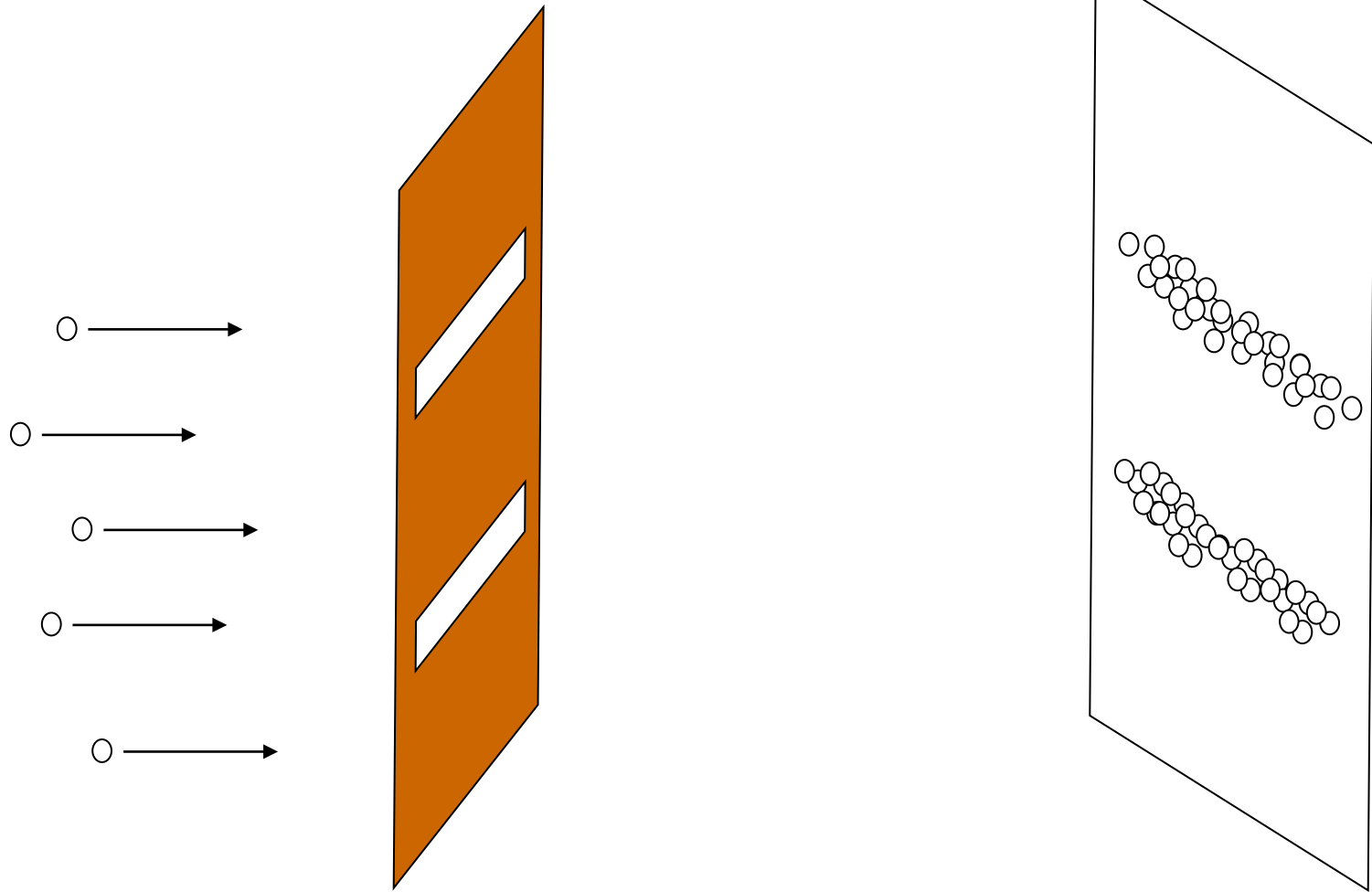
# 波の特徴 ( = 干渉 ヤングの実験 )

光



# 粒子の特徴

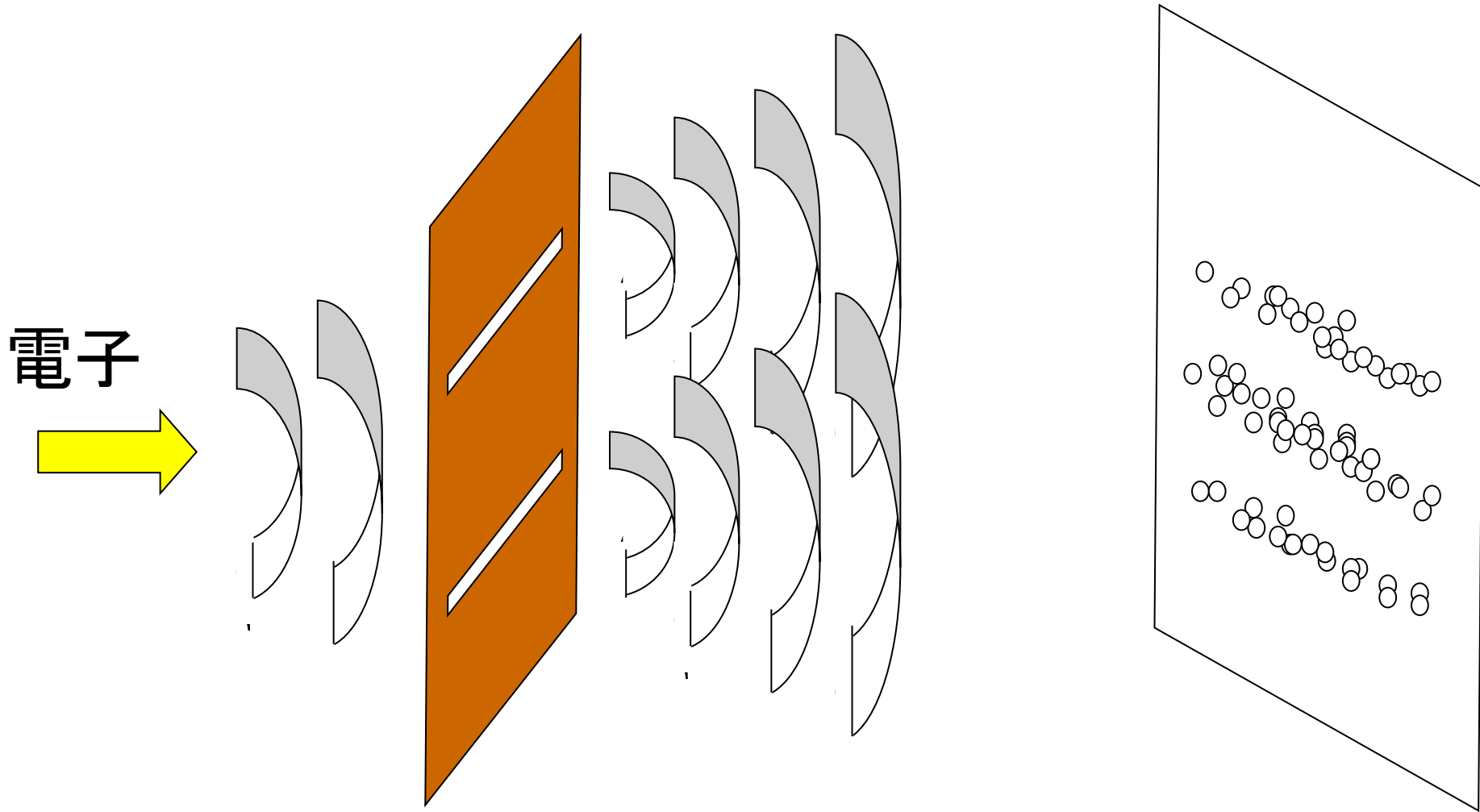
空間の1点で観測され、数えられる





# 量子（二重性）

複素線形空間での波（確率振幅） + 観測で粒子性



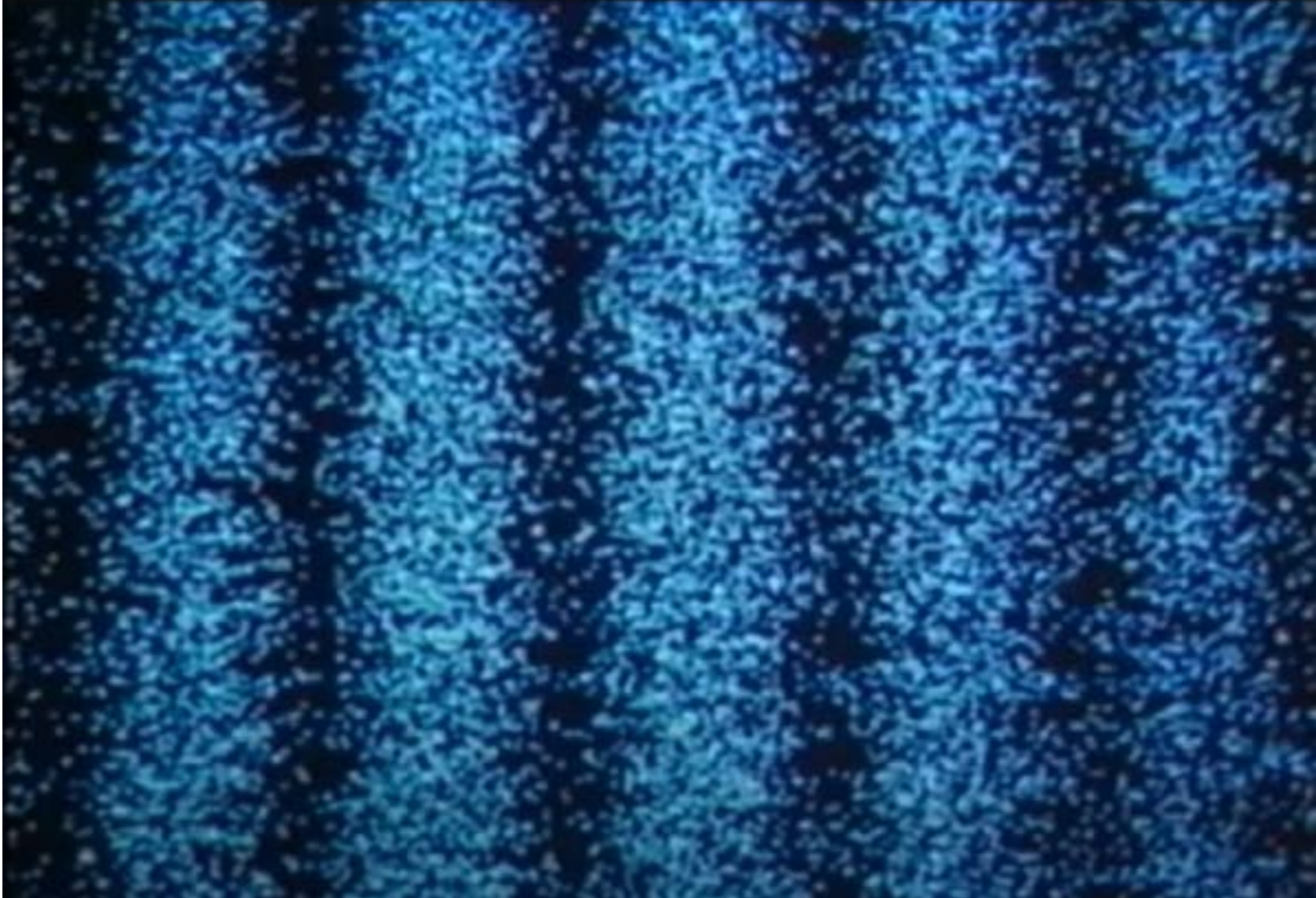
本当にそんなことになってるの？



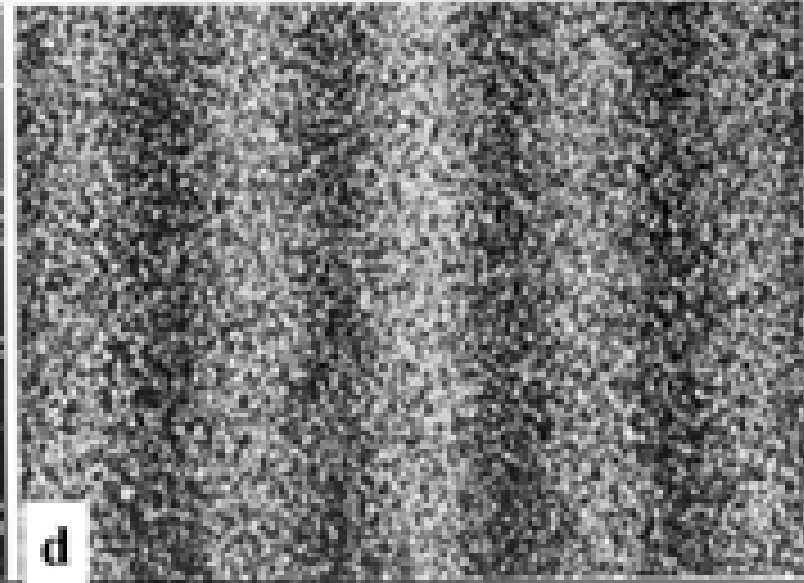
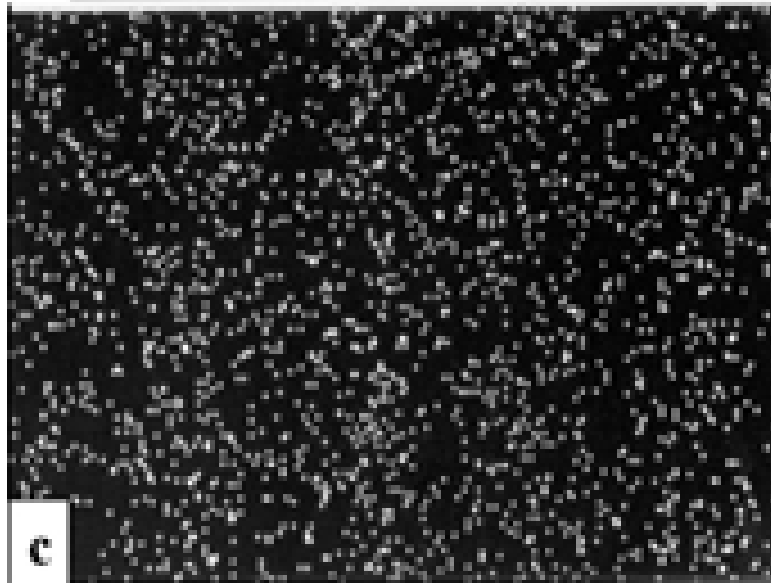
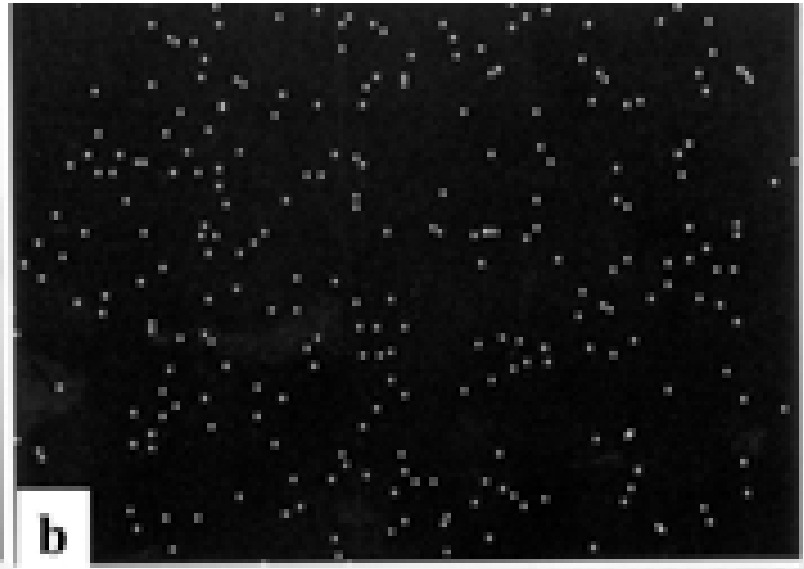
昔は思考実験だったが、現代では実験が可能になった

# 単一光子干渉実験 浜松フォトリクス

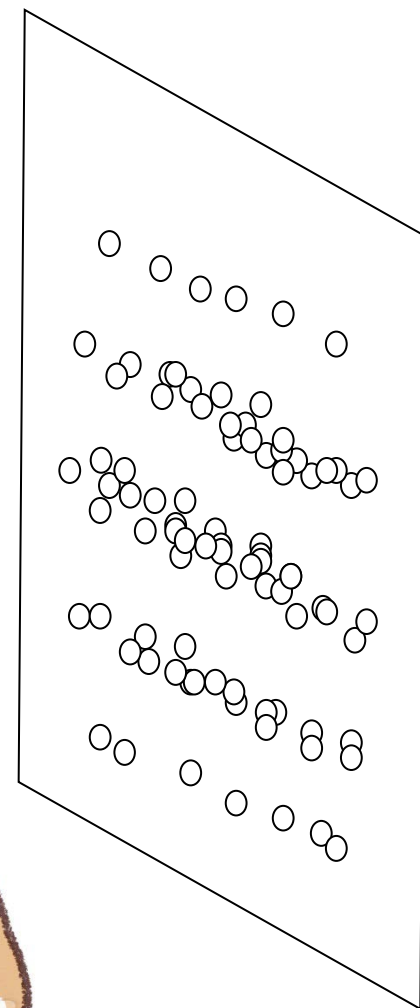
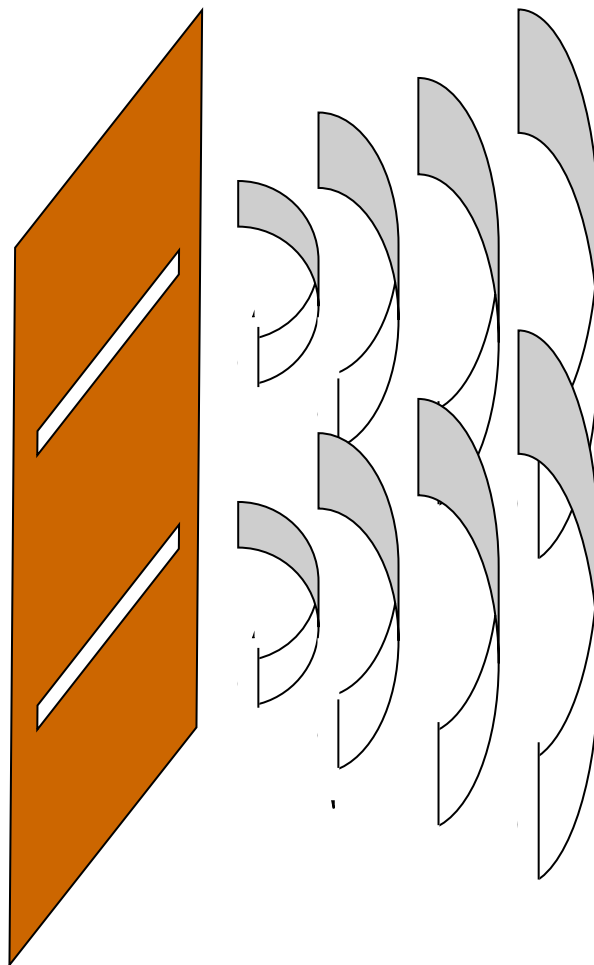
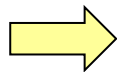
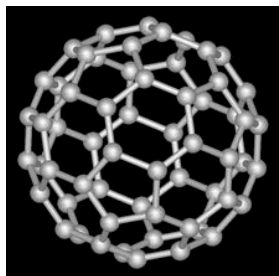
浜松フォトリクス 単一光子



# 電子線干渉実験 外村



何と、フラレンC60でも (~2000年)  
フラレンみたいな大きな物体ですよ



これをどう解釈すればいいのか？？

電子を波動 $\psi(x,t)$ と考える。

$|\psi(x,t)|^2$ を電子密度と考えられないか。

しかし、そんな広がった電子が観測されることはない。

？ ？ ？



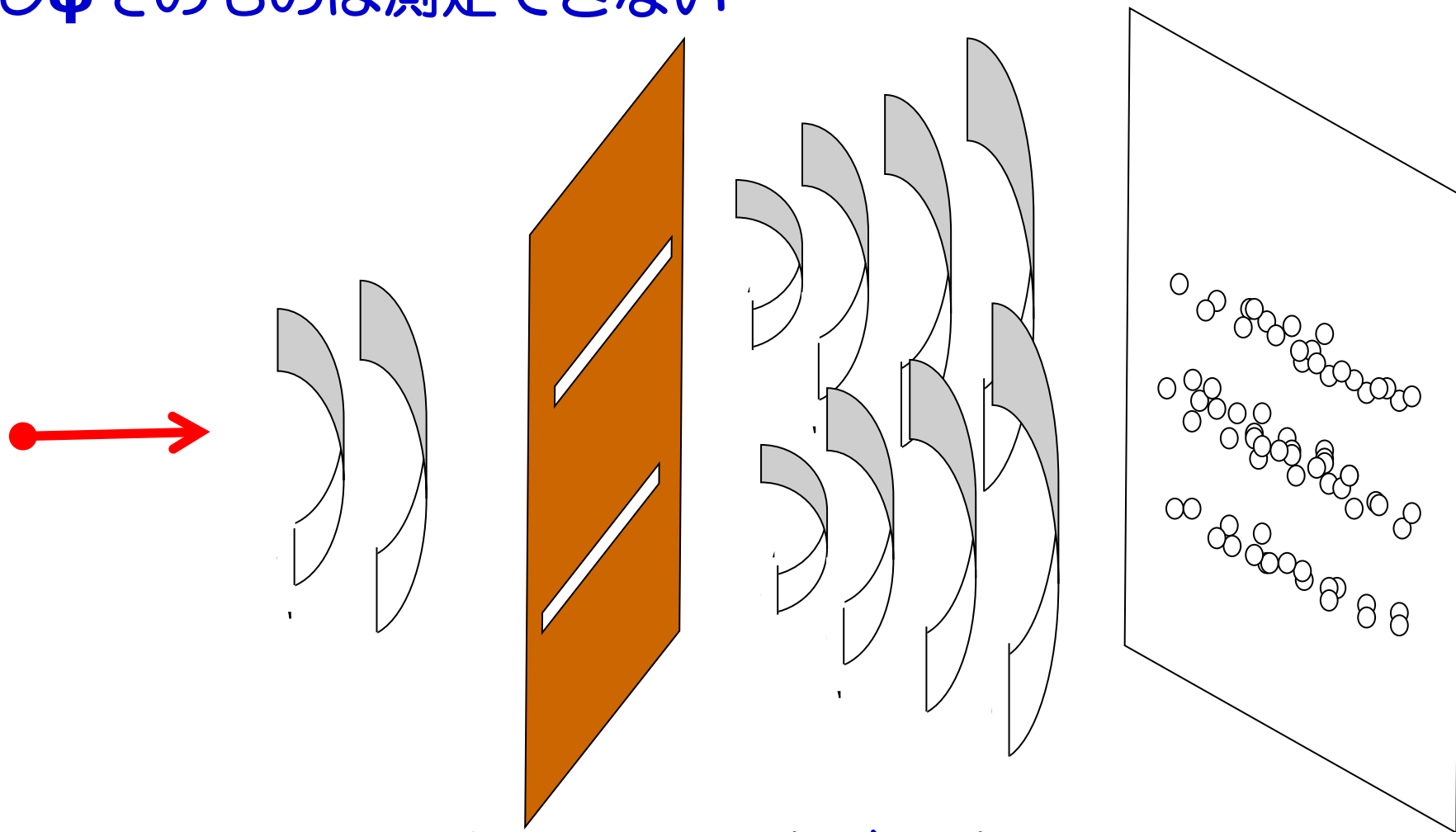
やむなく、苦肉の・奇抜な考え方（ボルン）

$|\psi(x,t)|^2$  は電子密度ではなく電子を観測した場合に電子が観測される「確率密度」としよう。

⇒ そうすれば先ほどの結果が説明できる

・・・かな

電子は打ち出されたあと、モヤモヤっと雲のような  
波動関数 $\Psi(x,t)$ で表わされるような存在になる。しか  
し $\Psi$ そのものは測定できない



2つのスリットを通過した波が干渉する。  
 $|\Psi(x,t)|^2$  が電子の確率密度



電子が波動性を持つことから、下記は古典的波動でもなじみのある考え方:

①エネルギー準位がトビトビになる

両端を固定した弦の振動 固有振動  
楽器はすべてこれ

②不確定性関係

空間的(時間的)に局在した波は  
波数(周波数)を混ぜないと作れない。

$$\Delta x \cdot \Delta k \geq \text{const}$$

$$\Delta t \cdot \Delta \omega \geq \text{const}$$

## 波動性と粒子性

エネルギー準位、トンネリング、バンド構造・・・

→ 量子1.0

さらに精妙な（奇妙な）量子の性質を技術に  
応用する（キーワードの一つがエンタングルメント）

→ 量子2.0

戦略プロポーザル

# 量子2.0

～量子科学技術が切り拓く新たな地平～

## STRATEGIC PROPOSAL

Quantum 2.0 :

Quantum Science and Technology Open Up New Horizons



国立研究開発法人 科学技術振興機構 研究開発戦略センター

Center for Research and Development Strategy, Japan Science and Technology Agency

# 第2次量子革命

次なる“半導体”級イノベーションへの期待



# 具体的な研究開発課題

## 量子コンピューティング 量子シミュレーション

### NISQマシンのキラーアプリ探索

- ・量子化学計算/機械学習
- ・量子超越性
- ・古典-量子ハイブリッド  
アルゴリズム

### ゲート型量子コンピュータ実機の 試作

- ・超伝導量子ビット系

### エラー耐性量子コンピューター基 盤技術

- ・量子ソフトウェア
- ・量子誤り訂正方式
- ・様々な量子ビット系

### 複雑系の計算が可能な量子シミュ レータ開発

## 量子計測 センシング

### ダイヤモンドNV中心作製技術

- ・大型・高品質化 (T<sub>2</sub>向上)
- ・新材料探索

### ダイヤモンドNV中心と量子もつ れ光センサの医療・診断応用

- ・プロトタイプ製作
- ・脳磁計・心磁計
- ・イメージング技術

### 原子干渉計・光格子時計の実用 性探索

- ・小型化・可搬化
- ・高精度化
- ・「秒」の再定義・標準化

## 量子暗号・通信

### QKDの社会実装と一般普及の促進

- ・BB84運用・品質保証
- ・市場投入・キラーアプリ探索
- ・低価格化

### 標準化活動への積極的寄与

- ・ETSI & ITU-T
- ・耐量子-公開鍵暗号

### 高速化・長距離化に向けた 量子中継技術、ネットワーク技術

- ・量子メモリー・全光量子
- ・量子望遠鏡
- ・量子インターネット

## 量子マテリアル

### トポロジカル量子物質

- ・トポロジカル量子コンピュータ
- ・トポロジカル絶縁体
- ・ワイル磁性体

### スピントロニクス材料

- ・半導体スピントロニクス
- ・スピンMOSFETデバイス

### エネルギー変換材料

- ・スピン-ゼーベック効果
- ・スピン流

### フォトニクス材料

- ・メタマテリアル
- ・シリコン/ナノフォトニクス

## 共通量子技術基盤

原子・分子・光科学  
量子光学  
量子エレクトロニクス

## 単一光子制御技術

- ・効率化・室温動作・光子検出器
- ・量子もつれ光子、多体量子もつれ制御

## 異種の量子ビット間結合 (ハイブリッド量子科学)

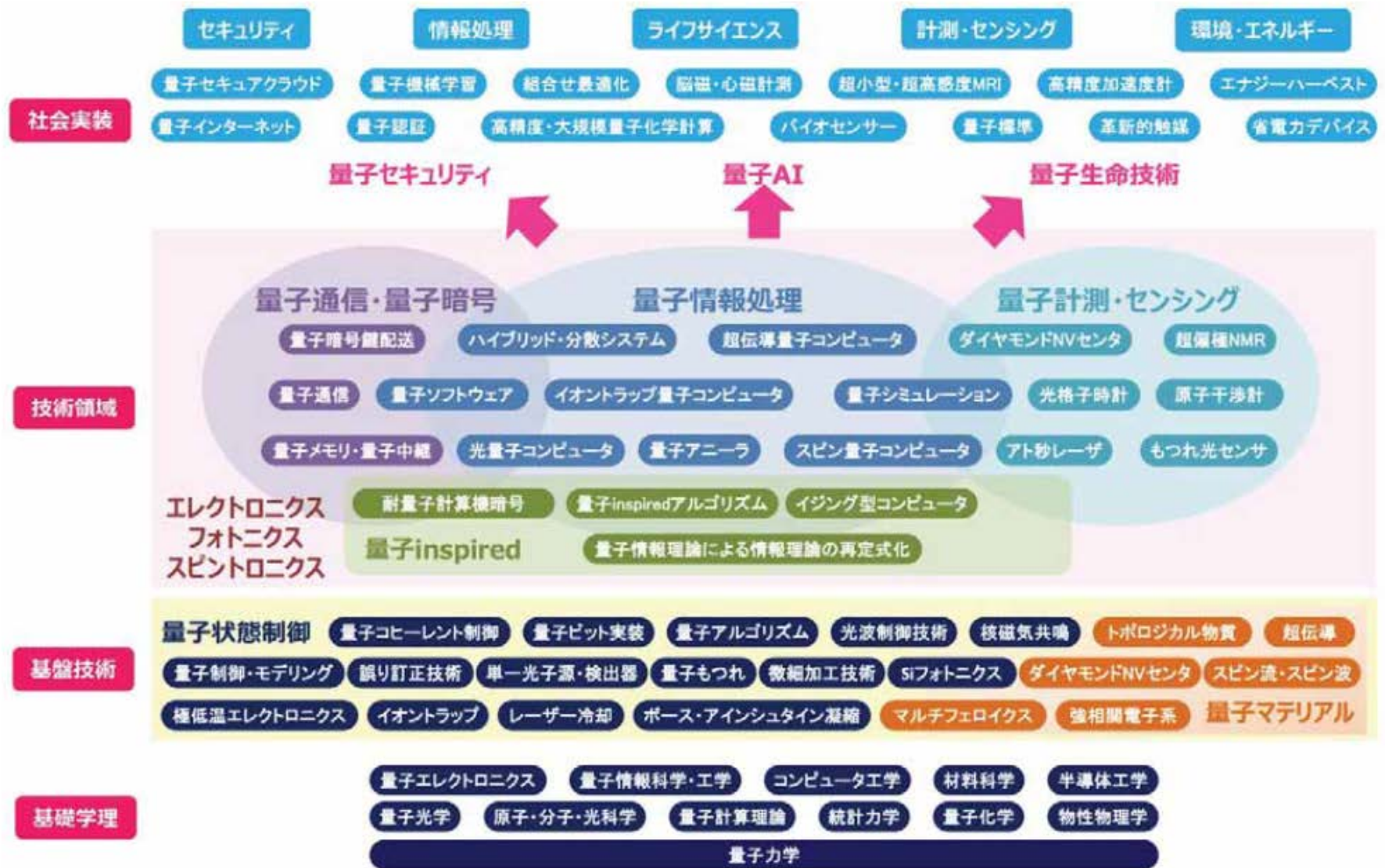
- ・固体量子ビット & 光 など

## 量子ビット基盤技術

- ・様々な量子ビット系

## 材料設計・製造、計測技術

# 量子技術イノベーション戦略（研究開発課題）



生産性向上

安全・安心

健康・医療・介護

環境・エネルギー

戦略的推進  
課題

【量子コンピューター】

【量子計測・標準】

【量子医療・診断】

【量子セキュリティ】

【トポロジカル材料】

量子コンピューティング  
・シミュレーション

- ・NISQ
- ・量子アニーリングマシン
- ・超伝導量子ビット
- ・イオントラップ
- ・光量子ビット
- ・冷却原子

量子計測  
センシング

- ・ダイヤモンドNV中心
- ・室温超核偏極
- ・量子もつれセンサ
- ・光格子時計
- ・原子干渉計
- ・シヤイロスコフ

量子暗号・通信

- ・暗号鍵配送 (QKD)
- ・量子中継
- ・量子メモリ
- ・量子テレポーテーション

量子マテリアル

- ・トポロジカル量子 (マヨチ、ワイル...)
- ・スピントロニクス材料
- ・エネルギー変換材料
- ・フォトニクス材料 など

共通量子  
技術基盤

量子2.0

量子もつれ

量子ヒールズ

重ね合わせ

量子1.0

トンネリング

量子閉込め

フォトニクス

エレクトロニクス

スピントロニクス

超高速エレクトロニクス

材料シミュレーション

量子ビーム技術

デバイス物理

低温工学

電子・光スペクトロスコピー

磁気工学

レーザー光学

マイクロ波工学

材料科学

物性物理学

生命科学

量子化学

量子光学

情報科学

数理科学

量子力学

基礎学理



# 各国の量子戦略・科学技術政策

政府R&D投資競争が過熱

イギリス



欧州



中国



アメリカ



ドイツ



日本



政府R&D投資  
(億円/年)

～90  
(5年)

～125  
(10年)

> 240円  
(5年)

> 280  
(5年)

～215  
(4年)

～300  
(10年?)

政策目標

- 量子技術分野での主導的地位の確立
- 通信、医療、安全保障などの世界市場の形成

- 長期の富の創出
- 安全保障
- 産業創出

- 国家の科学技術力の強化
- 産業競争力の確保
- 国家安全保障

- 米国の科学的リーダーシップ
- 国家安全保障
- 経済的競争性の確保

- 量子技術開発の促進
- 応用・市場化で第二の量子革命

- 経済・社会の飛躍的・非連続的な発展
- 生産性革命、健康・長寿社会の実現、安全・安心の確保

関連文書

- 国家量子技術プログラム (2014.12)

- 量子マニフェスト (2016.5)

- 科学技術イノベーション第13次五カ年計画 (2016)

- 量子情報科学の国家戦略概要 (2018.9)
- 国家量子イニシアティブ法 (2018.12)

- 量子技術の基本計画
- 量子技術—基本から市場へ (2018.9)

- 量子技術イノベーション戦略 (2020.1)



# 量子力学のヘンテコな構造

## ミクロ世界の力学（二重構造）

波動関数 $\psi(x,t)$ は  
**決定論的**に決まる。

$\psi(x,t)$ は**観測不能**

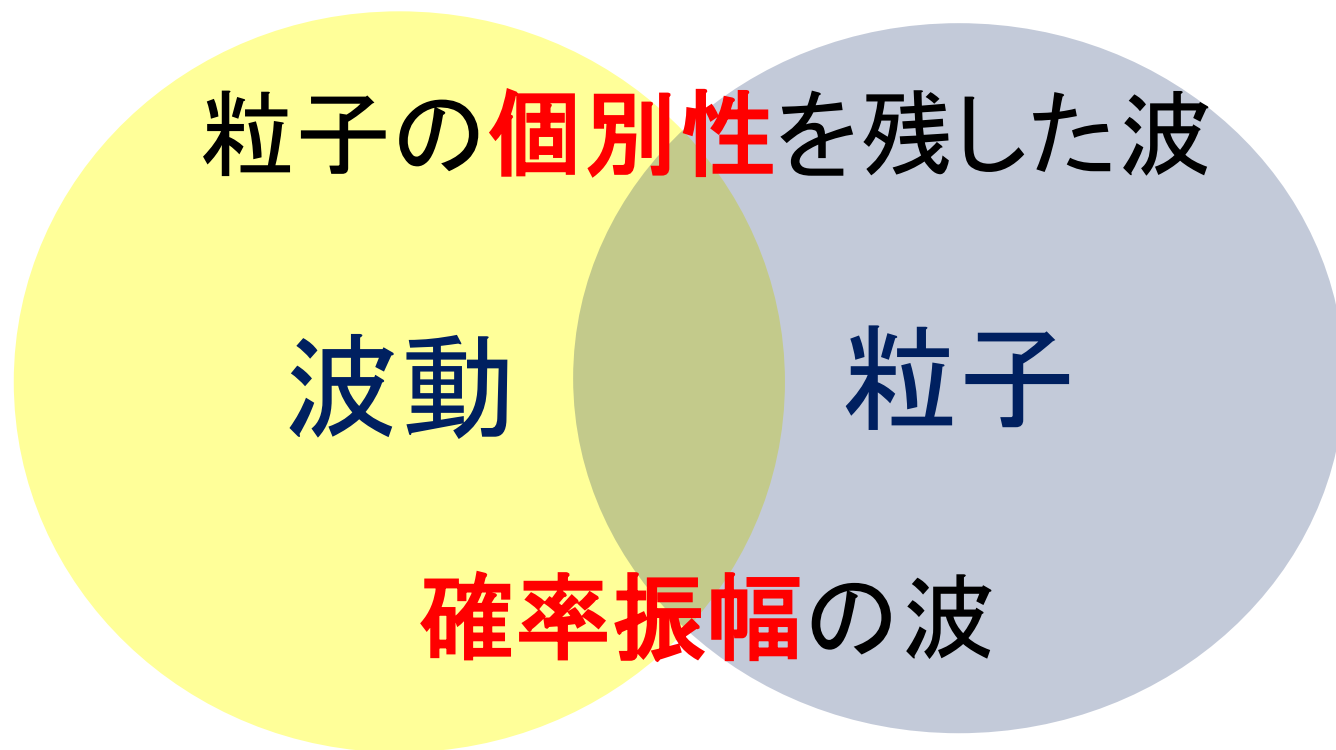
確  
率  
解  
釈

観測値は $\psi(x,t)$ から  
**確率的に予測**できる。

**測定で状態が収縮**（壊れる）  
運動量を測定して  $p$  となった  
とする。

$\psi(x,t) \rightarrow$  運動量  $p$  の状態

「粒子性と波動性の二重性」とは言うけれど



# 古典物理学と全く違う自然観

素朴実在論 = 「あたりまえのこと」。

- (i) すべての物理量は、どの瞬間にも、各々ひとつずつ定まった値を持っている。（「実在」している。）
- (ii) 測定とは、その時刻における物理量の値を知る（確認する）ことである。即ち、「物理量の測定値」 = 「その時刻における物理量の値」である。
- (iii) ある時刻における物理状態とは、その時刻における全ての物理量の値の一覧表のことである。
- (iv) 時間発展とは、物理量の値が時々刻々変化することである。

量子論ではこれらのことは成り立たない。

## 次の①、②のいずれなのか

①自然が本質的にそうになっている。

(Bohr, Heisenberg,...)

②我々の知らない「隠れたパラメーター」があって、それがわかれば確率的ではない「素朴实在論」が復活できる。

(Einstein, Schroedinger)

## Short history

Einsteinの量子力学への不満：

EPR論文（1935年） Bohrとの自然哲学論争  
（量子論には局所実在性がない・・・不完全だ）

しかし、量子論の予言能力には問題がないので、ほとんどの物理学者はコペンハーゲン解釈（確率解釈）を受け入れて、応用研究へ。

EPR論争は雲の上の、決着不能な哲学（神学）論争とみられていた。

しかし、1964年 J.S.Bellはこの哲学論争を「実験で白黒つけられる」科学にできることを示した。

→ ベルの不等式

## J. S. Bell

1964年、論文“On the EPR Paradox”で、「ベルの不等式」と呼ばれている結果を導いた。

局所性と実在性という二つの仮定を満たす場合に成立すべき一般的な不等式。

一方、量子力学ではこの不等式が破れる。

局所実在論と量子力学が本質的に**相容れない**ことを示し、物理のみならず哲学界にも大きな衝撃を与えた。

科学史上、最も深遠な発見ともいわれる。

**しかも**、導出は難しくなく、高校数学（それ以下?）程度。  
量子力学の計算も初等的。

関連して

2022年のノーベル物理学賞

アスペ、クラウザー、ツァイリンガー

「量子もつれ光子を用いる実験によって、  
ベルの不等式が破れていることを示し、  
量子情報分野を創始した実績」

(ベル氏はすでに亡くなっている)



# ベルの不等式

局所実在論 →  $-2 \leq C \leq 2$   
(古典描像) (Bell-CHSH不等式)

量子論 →  $C=2\sqrt{2}$  の場合アリ

# 量子力学のヘンテコな構造

「波の重ね合わせ」

## 1 粒子（電子）

$$\psi_a(x) + \psi_b(x)$$

通常の「波の重ね合わせ」と同じ。

（ただし、観測できる波ではなくて**確率振幅**）

**重なり合って干渉する**（ヤングの実験）

$$|\psi_a(x) + \psi_b(x)|^2 = |\psi_a(x)|^2 + |\psi_b(x)|^2 + \underbrace{2\psi_a(x) \cdot \psi_b(x)}$$

確率密度に干渉項

# 量子力学のヘンテコな構造

波が確率振幅であること以外にも、普通の波と異なることがある。

2つ以上の電子

電子の**個別性は維持**される

**電子1が $x_1$ 、電子2が $x_2$ に見出される確率密度**

$$|\psi_a(x_1)|^2 \cdot |\psi_b(x_2)|^2 \quad \text{確率解釈}$$

$$\Rightarrow \text{2電子の波動関数} \quad \psi_a(x_1) \cdot \psi_b(x_2)$$

普通の波じゃない

# 量子力学のヘンテコな構造

2つ以上の電子の個別性は維持される

○  $\psi_a(x_1) \cdot \psi_b(x_2)$

さらに、波動性の帰結として下記のような状態もありえる

○  $\psi_a(x_1) \cdot \psi_b(x_2) + \psi_b(x_1) \cdot \psi_a(x_2)$

エンタングル状態： $\Phi(x_1) \otimes \Phi(x_2)$ と分離できない。

量子論の計算では、こんな状態はありふれていて  
どこにでもあらわれる（ヘリウムの2電子など）

・・・2粒子が**遠く離れる状況では、その奇妙さが際立つ**  
「エンタングルメント」=シュレディンガーが命名

量子論の世界では「粒子の個別性を維持しながら、波動の性質が現れ」、しかも「重ね合わせ状態」が生成できる

→系 A + 系 B が分離できない 「エンタングルメント」

## 2つのねじれ

量子力学には原理的な問題がごく一部残っている。観測問題

深く考えると問題は残るが、プラグマティックに考えると問題なし。

量子2.0での実用化にはクリアすべき技術課題のレベルは高い

量子力学に基づいた理論の精度は驚異の水準に！  
実質的に、曖昧さはない。

量子論の応用技術の進展は目覚ましい

# 量子論の恐るべき予言能力！

量子力学を拡張した量子電磁気学の予言  
電子の磁気能率（磁石の強さ）

g因子の理論値（理研）

$$g/2 = 1.001\ 159\ 652\ 181\ 78 \pm 0.000\ 000\ 000\ 000\ 77$$

米国ハーバード大学での実験値

$$g/2 = 1.001\ 159\ 652\ 180\ 73 \pm 0.000\ 000\ 000\ 000\ 28$$

人類の持っている最精密理論！  
高次補正計算（くりこみ理論）

## 量子力学応用第1ラウンド

- ～ 電子などの**粒子性と波動性**  
半導体はこれをフル活用  
(バンド構造、トンネリング、…)

## 量子力学応用第2ラウンド

- ～ より奇妙かつ精妙な性質の活用・応用が進む…か。  
原理OK、技術難しい  
(量子暗号、量子計算、量子センサー、…)



# 量子力学はエキセントリックな驚きの宝庫

量子もつれ、遠距離相関

→局所实在論でない世界観、ベル不等式の破れ

フラーレンC60のスリット干渉実験

重力に誘導された量子干渉実験

磁場に触らない電子が磁場の影響を受ける (AB効果)

見ないで物を観る (光を当てないで観測)

シュレディンガーの猫状態(マクロな重ね合わせ)

量子テレポーテーション

観測で過去が書き換えられる？

....

== =

渡り鳥はエンタングルメントを利用して磁界を感じている??

脳はその背後に量子ネットワーク?? (ペンローズ)

エンタングルメントとは？

「ベルの不等式」と「その破れ」

ベクトルのブラケット記号 (Dirac)  
単にベクトルを表わす簡便記号。

ブラベクトル  $\langle A |$       ヨコベクトル  
ケットベクトル  $| B \rangle$       タテベクトル

その内積がブラケット (括弧)  
 $\langle A | B \rangle$

括弧 (ブラケット)  
を半分に切って、前をブラ、後をケット

$\langle \text{ブラ} | \text{ケット} \rangle$

$\langle A \mid U \text{ (演算子)} \mid B \rangle$

ヨコベクトル

行列

タテベクトル

は、普通には下記のような計算のこと

$$(0.8 \quad 0.4) \begin{bmatrix} 1.1 & 0.3 \\ -0.3 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.7 \end{bmatrix}$$

量子論では系の状態はケットベクトルで表わされる

$$|\Phi\rangle \quad (\text{状態ベクトル})$$

など。

正確には下記が波動関数。

$$\Phi(x) = \langle x | \Phi \rangle$$

# スピン 1/2 で説明

量子情報理論のほとんどはスピン1/2系で扱える。

時間依存性（シュレディンガー方程式）はほぼでてこない。

$$S = 1/2$$

$$S_z = 1/2 \text{ (上向き) と}$$

$$S_z = -1/2 \text{ (下向き)}$$

の2準位状態。

量子力学では、スピンの1つの軸の成分だけが測定できる。

Q: 順番に  $x$ 、 $y$ 、 $z$  成分を測定すればすべての成分がわかるのか？

A: 測定を行うたびに、スピンの向きが変わるので  
3つの成分を決めることはできない。  
3つの成分が決まった状態も存在しない。

(実在論が量子論で成り立っていないことは、当然のこととして受け入れている。)

## スピン1/2の記号

$|z+\rangle$  or  $|\uparrow\rangle$     z 軸プラス方向  
 $|z-\rangle$  or  $|\downarrow\rangle$     z 軸マイナス方向

$|x+\rangle$     x 軸プラス方向  
 $|x-\rangle$     x 軸マイナス方向

など



# エンタングルメント

- 2つの粒子(2つの系)A,Bがあつて

$$|\Phi_A\rangle \otimes |\Phi_B\rangle$$

と表わせる状態 → セパラブル状態

- セパラブルではない状態 = エンタングルド状態

## 2 電子スピンの状態

$$|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle + |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle$$

$$|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle - |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle$$

はエンタングルド状態。

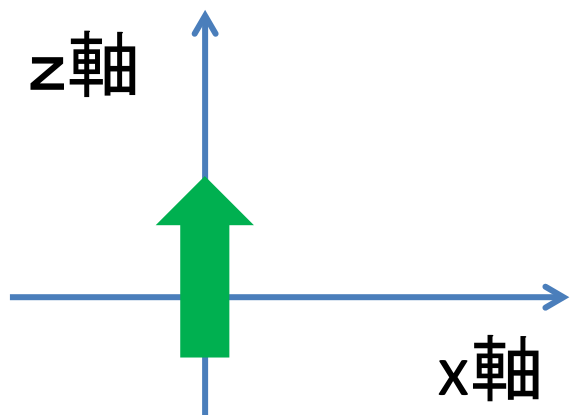
セパラル状態ではない

$$|\Phi\rangle \propto \left[ |\uparrow\rangle|\uparrow\rangle + |\uparrow\rangle|\downarrow\rangle + |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle|\downarrow\rangle \right]$$

はエンタングルド状態（分離不可）に見えるが、

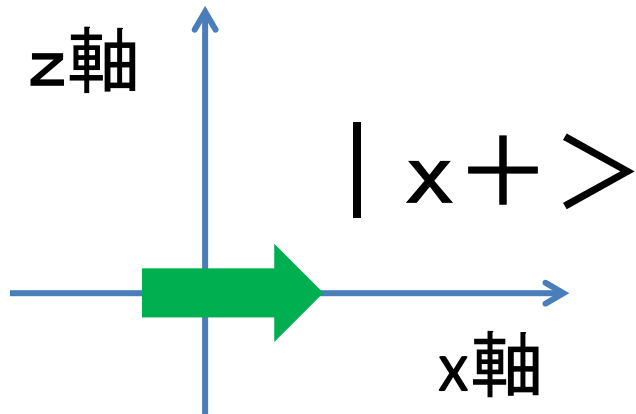
$$|\Phi\rangle \propto \left[ |\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle \right] \otimes \left[ |\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle \right]$$

となるので、エンタングルド状態ではない。



$|z+\rangle$   
z 軸成分を測る  $+1$  (確率 1)

# 測定で方向が変わる



$$|x+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|z+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|z-\rangle$$

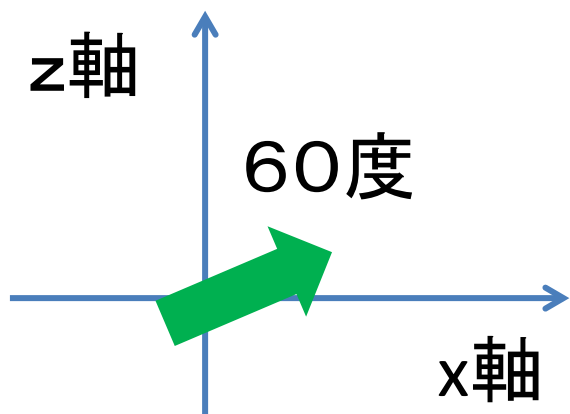
z 軸成分の測定を行うと

+1 確率(1/2) 系は  $|z+\rangle$  になる

-1 確率(1/2) 系は  $|z-\rangle$  になる



# 別の例



z 軸成分の測定

確率  $3/4$       **+ 1**

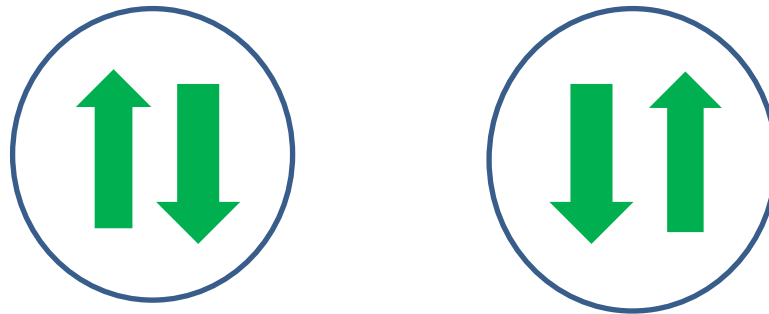
確率  $1/4$       **- 1**

$$|\rightarrow\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2} |z+\rangle + \frac{1}{2} |z-\rangle$$

## 合成スピン $S = 0$ の2電子状態

(エンタングル状態)

$$|\Phi\rangle \propto |z+\rangle_1 |z-\rangle_2 - |z-\rangle_1 |z+\rangle_2$$



状態の重ね合わせ

一言 余談

量子力学では

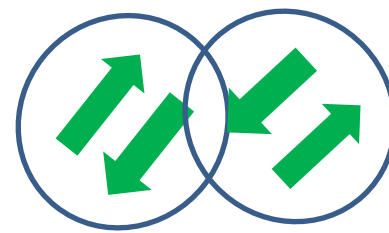
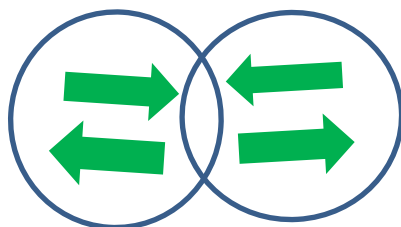
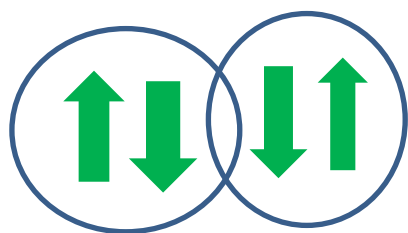
合成スピン  $S=0$  の2電子状態 (エンタングル状態)

$$|\Phi\rangle \propto |z+\rangle_1 |z-\rangle_2 - |z-\rangle_1 |z+\rangle_2$$

$$\propto |x+\rangle_1 |x-\rangle_2 - |x-\rangle_1 |x+\rangle_2$$

$$\propto |n+\rangle_1 |n-\rangle_2 - |n-\rangle_1 |n+\rangle_2$$

以下は皆同じ状態



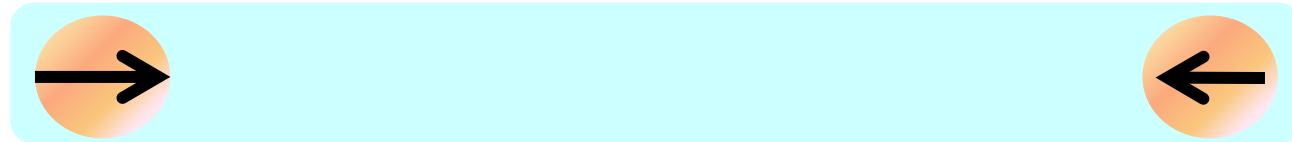
局所実在論とはかけ離れている。



AとBは**遠く離れている**。B点でどちら方向を測定するかは勝手。  
B点での軸の選び方と測定結果が、残されたAでの状態を決める。

A地点

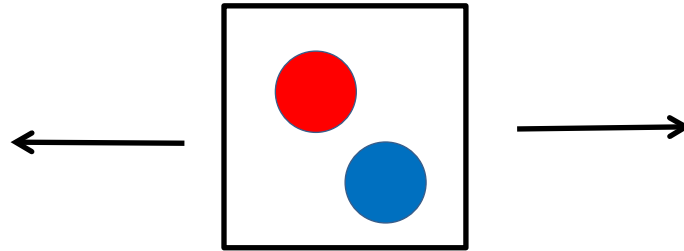
B地点



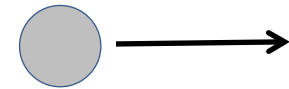
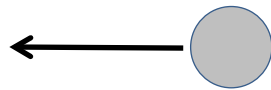
2電子  
スピンゼロ  
状態

Bell不等式を、初めにボールの例で  
やってみる。

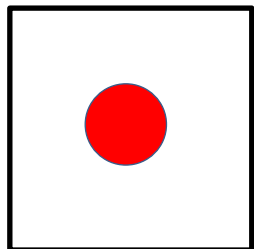
左右に「赤と青」のボールを打ち出す



ボールの色は「知らないけれど、決まっているはず」(実在性)

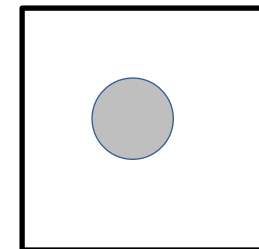


A地点 測定



赤 = +1

B地点 測定



青 = -1

# 色の測定結果の表を作る

赤色 = + 1      青色 = - 1

A	B	A・B
-1	1	-1
-1	1	-1
1	-1	-1
-1	1	-1
1	-1	-1
-1	1	-1
...	...	...

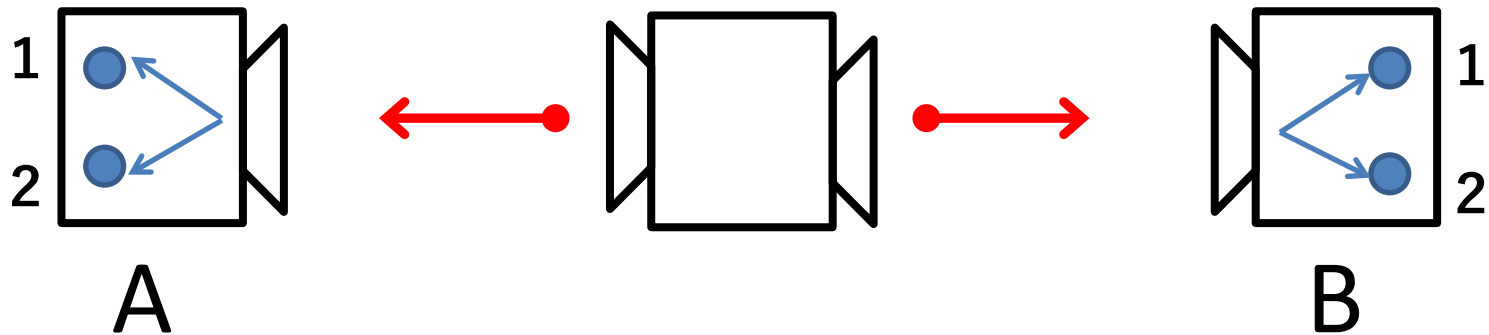
完全な逆相関

平均値は

$$\langle AB \rangle = -1$$

あたりまえの話

## もう少し複雑な状況での測定



A地点、B地点ともに測定器にスイッチがついていて、「1」、「2」を切り替えられる。粒子の何らかの性質を測る

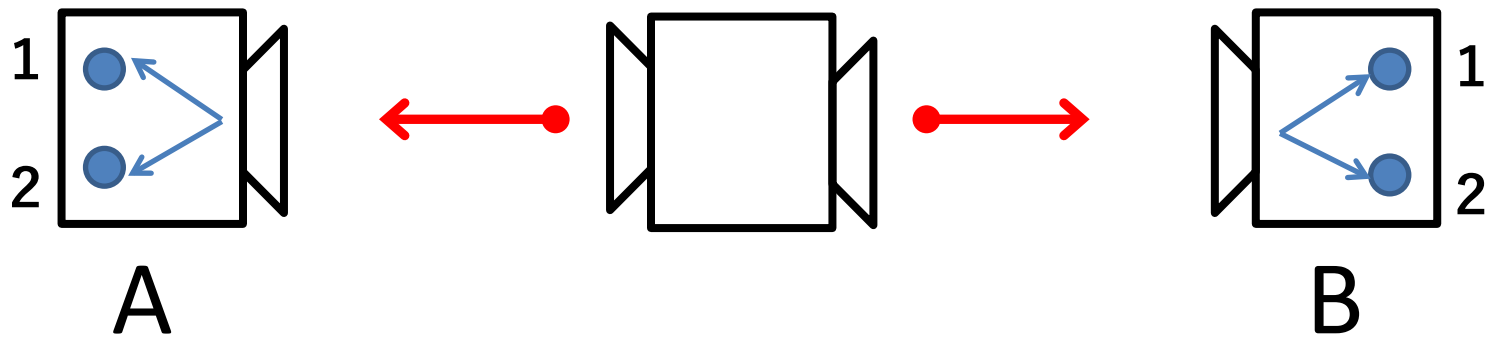
$A_1, A_2, B_1, B_2$ の測定値は、どれも $\pm 1$ のどちらかになる。

どちらのスイッチに設定するかは、A,Bの測定者が勝手に選ぶ。粒子が発出されたあとでスイッチを変更してもよい。

スイッチをどう設定するかは任意なので、測定結果は下の表のようになる。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9		N
A <sub>1</sub>	+1			-1	-1	+1		-1		...	+1
A <sub>2</sub>		-1	+1				-1		+1	...	
B <sub>1</sub>				-1			+1			...	
B <sub>2</sub>	-1	+1	-1		+1	+1		-1	-1	...	+1

第 1 番目の測定は、スイッチA<sub>1</sub>,B<sub>2</sub>であったが、粒子にはA<sub>2</sub>とB<sub>1</sub>の値が書き込まれているハズ。(常識的には)



左右に射出された粒子には、下記のような数値が書き込まれていて、それが測定値になるはず（常識）。



- $[A_1=1, A_2=1]$
- $[A_1=1, A_2=-1]$
- $[A_1=-1, A_2=1]$
- $[A_1=-1, A_2=-1]$



- $[B_1=1, B_2=1]$
- $[B_1=1, B_2=-1]$
- $[B_1=-1, B_2=1]$
- $[B_1=-1, B_2=-1]$

測定値のすべての  
場合の表。

$\lambda$ はそれらを区別  
する変数。

どんな場合でも  
右欄の値は **$\pm 2$**   
になる。

$\lambda$	$A_1$	$A_2$	$B_1$	$B_2$	$A_1B_1+A_2B_1-A_1B_2+A_2B_2$
1	1	1	1	1	2
2	1	1	1	-1	2
3	1	1	-1	1	-2
4	1	1	-1	-1	-2
5	1	-1	1	1	-2
6	1	-1	1	-1	2
7	1	-1	-1	1	-2
8	1	-1	-1	-1	2
9	-1	1	1	1	2
10	-1	1	1	-1	-2
11	-1	1	-1	1	2
12	-1	1	-1	-1	-2
13	-1	-1	1	1	-2
14	-1	-1	1	-1	-2
15	-1	-1	-1	1	2
16	-1	-1	-1	-1	2



$$C = \langle A_1 B_1 \rangle + \langle A_2 B_1 \rangle - \langle A_1 B_2 \rangle + \langle A_2 B_2 \rangle$$

$$\langle A_i B_j \rangle = \sum_{\lambda} A_i(\lambda) B_j(\lambda) \rho(\lambda)$$

$\rho(\lambda)$ :  **$\lambda$  になる頻度**。  $i$ 、 $j$  のとり方とは無関係

$$C = \langle A_1 B_1 \rangle + \langle A_2 B_1 \rangle - \langle A_1 B_2 \rangle + \langle A_2 B_2 \rangle$$

$$= \sum_{\lambda} [A_1(\lambda) B_1(\lambda) + A_2(\lambda) B_1(\lambda)$$

$$- A_1(\lambda) B_2(\lambda) + A_2(\lambda) B_2(\lambda)] \rho(\lambda)$$

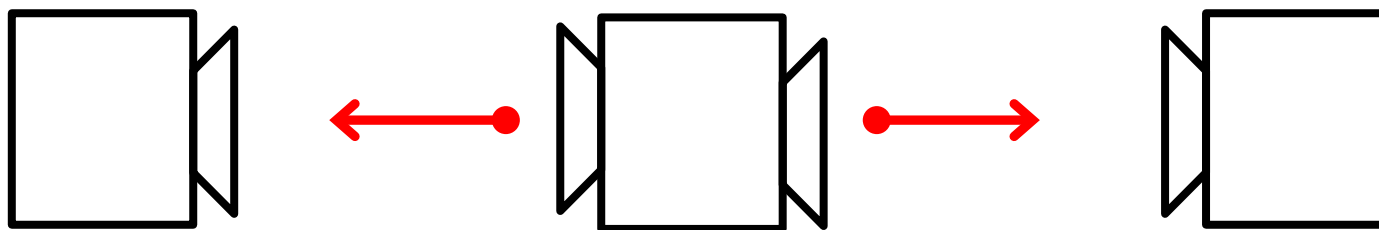
$$= [+2 \quad \text{と} \quad -2 \quad \text{の加重平均}]$$

$$\rightarrow |C| \leq 2$$

Bell不等式は、ほとんどこれと同じ。

# Bell不等式 問題の設定

2電子（スピン1/2）を左右に射出する



どちらかの軸の  
スピン成分を測る

A<sub>1</sub>軸方向 ±1

A<sub>2</sub>軸方向 ±1

どちらかの軸の  
スピン成分を測る

B<sub>1</sub>軸方向 ±1

B<sub>2</sub>軸方向 ±1

$$C = \langle A_1 B_1 \rangle + \langle A_2 B_1 \rangle - \langle A_1 B_2 \rangle + \langle A_2 B_2 \rangle$$

それぞれ何度も測定して平均をとる

$A_1, A_2$  軸を測定者が勝手に決めて軸方向成分を測定する  
 $B_1, B_2$  軸も同様。下記のような表が得られる

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	N
$A_1$	+1			-1	-1	+1		-1		...	+1
$A_2$		-1	+1				-1		+1	...	
$B_1$				-1			+1			...	
$B_2$	-1	+1	-1		+1	+1		-1	-1	...	+1

$A_1, B_2$  を測定した場合のみを取り出して、相関を計算する。

	1	2	3	4	...	$N_{12}$
$A_1$	+1	-1	+1	-1	...	+1
$A_2$					...	
$B_1$					...	
$B_2$	-1	+1	+1	-1	...	+1

$A_1$  と  $B_2$  の値を掛け算して、  
 その平均を計算する。

$$\langle A_1 B_2 \rangle$$

測定値のすべての  
場合の表。

$\lambda$ はそれらを区別す  
る変数。

どんな場合でも  
右欄の値は  $\pm 2$   
になる。

$\lambda$	$A_1$	$A_2$	$B_1$	$B_2$	$A_1B_1+A_2B_1-A_1B_2+A_2B_2$
1	1	1	1	1	2
2	1	1	1	-1	2
3	1	1	-1	1	-2
4	1	1	-1	-1	-2
5	1	-1	1	1	-2
6	1	-1	1	-1	2
7	1	-1	-1	1	-2
8	1	-1	-1	-1	2
9	-1	1	1	1	2
10	-1	1	1	-1	-2
11	-1	1	-1	1	2
12	-1	1	-1	-1	-2
13	-1	-1	1	1	-2
14	-1	-1	1	-1	-2
15	-1	-1	-1	1	2
16	-1	-1	-1	-1	2

$$C = \langle A_1 B_1 \rangle + \langle A_2 B_1 \rangle - \langle A_1 B_2 \rangle + \langle A_2 B_2 \rangle$$

$$\langle A_i B_j \rangle = \sum_{\lambda} A_i(\lambda) B_j(\lambda) \rho(\lambda)$$

$\rho(\lambda)$ :  **$\lambda$  になる頻度**。  $i$ 、 $j$  のとり方とは無関係

$$C = \langle A_1 B_1 \rangle + \langle A_2 B_1 \rangle - \langle A_1 B_2 \rangle + \langle A_2 B_2 \rangle$$

$$= \sum_{\lambda} [A_1(\lambda) B_1(\lambda) + A_2(\lambda) B_1(\lambda)$$

$$- A_1(\lambda) B_2(\lambda) + A_2(\lambda) B_2(\lambda)] \rho(\lambda)$$

$$= [+2 \quad \text{と} \quad -2 \quad \text{の加重平均}]$$

$$\rightarrow \quad |C| \leq 2 \quad (\text{Bell-CHSH不等式})$$

- 2 電子が射出される場合に、各回ごとに $\lambda$ が決まっている。
- $\lambda$ の値が決まると、電子のスピンの状態はその時点で確定。  
 $A = \pm 1$      $B = \pm 1$  のいずれかが決まって、電子にその値が書き込まれている。
- その確定値を測定器が測っている。
- $\lambda$ の値は何かの規則で変化してもよいし、ランダムでもよい。

これが常識的な考え方

実在性：対象物があって、物理量を測定してZとなったとする。測定前には、対象物は必ずその値Zを持った状態である。

局所性：ある場所での測定は、遠く離れた場所での測定に影響を与えない。

我々の知らない「隠れたパラメーター  $\lambda$ 」があったとする。そのパラメータ $\lambda$ で状態が指定されているとして、量子力学の確率解釈などしないで、すべての実験値が古典論的に説明できないか？？  
いいかえると局所実在論が生き残る可能性はあるか？



このことから、

$$-2 \leq C \leq 2$$

(Bell-CHSH不等式)

これが成り立たないということはあるか??

量子論ではベルの不等式が破れる  
計算してみる。

下記のスピン波動関数を用いて  
(エンタングルド状態)

$$|\Phi\rangle \propto |z+\rangle_1 |z-\rangle_2 - |z-\rangle_1 |z+\rangle_2$$

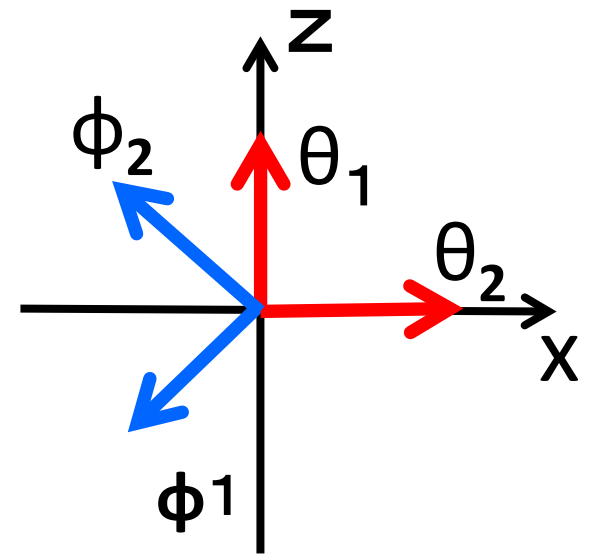
$$\langle \hat{A}_i \hat{B}_j \rangle = \langle \Phi | \hat{A}_i \hat{B}_j | \Phi \rangle \quad i, j = 1, 2$$

を計算する

$$|\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ |z+\rangle_1 |z-\rangle_2 - |z-\rangle_1 |z+\rangle_2 \right]$$

$$\hat{A}_i = \sin \theta_i \sigma_x^{(1)} + \cos \theta_i \sigma_z^{(1)} \quad i = 1, 2$$

$$\hat{B}_j = \sin \phi_j \sigma_x^{(2)} + \cos \phi_j \sigma_z^{(2)} \quad j = 1, 2$$



$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$|\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ |z+\rangle_1 |z-\rangle_2 - |z-\rangle_1 |z+\rangle_2 \right]$$

$\hat{A}_i \hat{B}_j$  の測定を繰り返したときの期待値は

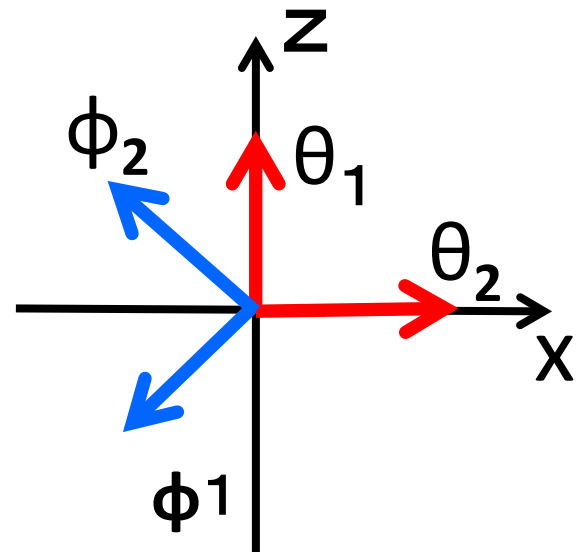
$$\langle \hat{A}_i \hat{B}_j \rangle = \langle \Phi | \hat{A}_i \hat{B}_j | \Phi \rangle$$

$$|z+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |z-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{A}_i = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i \\ \sin \theta_i & -\cos \theta_i \end{pmatrix} \quad \hat{B}_j = \begin{pmatrix} \cos \phi_j & \sin \phi_j \\ \sin \phi_j & -\cos \phi_j \end{pmatrix}$$

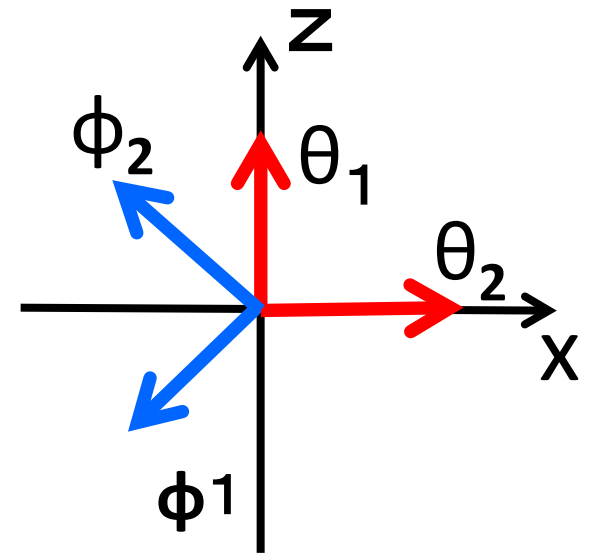
計算結果は

$$\begin{aligned} C &= \langle A_1 B_1 \rangle + \langle A_2 B_1 \rangle - \langle A_1 B_2 \rangle + \langle A_2 B_2 \rangle \\ &= -\cos(\theta_1 - \phi_1) - \cos(\theta_2 - \phi_1) \\ &\quad + \cos(\theta_1 - \phi_2) - \cos(\theta_2 - \phi_2) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
C &= \langle A_1 B_1 \rangle + \langle A_2 B_1 \rangle - \langle A_1 B_2 \rangle + \langle A_2 B_2 \rangle \\
&= -\cos(\theta_1 - \phi_1) - \cos(\theta_2 - \phi_1) \\
&\quad + \cos(\theta_1 - \phi_2) - \cos(\theta_2 - \phi_2)
\end{aligned}$$

$$\theta_1 = 0, \quad \theta_2 = \frac{\pi}{2} \quad \phi_1 = \frac{5}{4}\pi \quad \phi_2 = \frac{7}{4}\pi$$



$$C = 2\sqrt{2}$$

2を超える！

下記の表を見ると、Cは絶対に±2の範囲を超えないはずなのに！  
どこがどうなっているのか？？

$\lambda$	$A_1$	$A_2$	$B_1$	$B_2$	$A_1B_1+A_2B_1-A_1B_2+A_2B_2$
1	1	1	1	1	2
2	1	1	1	-1	2
3	1	1	-1	1	-2
4	1	1	-1	-1	-2
5	1	-1	1	1	-2
6	1	-1	1	-1	2
7	1	-1	-1	1	-2
8	1	-1	-1	-1	2
9	-1	1	1	1	2
10	-1	1	1	-1	-2
11	-1	1	-1	1	2
12	-1	1	-1	-1	-2
13	-1	-1	1	1	-2
14	-1	-1	1	-1	-2
15	-1	-1	-1	1	2
16	-1	-1	-1	-1	2

この表は、 $\lambda$ が決まれば $A_1, A_2, B_1, B_2$ が確定しているとして得られる値。  
量子力学では、そのような構造になっていない。

$\lambda$	$A_1$	$A_2$	$B_1$	$B_2$	$A_1B_1+A_2B_1-A_1B_2+A_2B_2$
1	1	1	1	1	2
2	1	1	1	-1	2
3	1	1	-1	1	-2
4	1	1	-1	-1	-2
5	1	-1	1	1	-2
6	1	-1	1	-1	2
7	1	-1	-1	1	-2
8	1	-1	-1	-1	2
9	-1	1	1	1	2
10	-1	1	1	-1	-2
11	-1	1	-1	1	2
12	-1	1	-1	-1	-2
13	-1	-1	1	1	-2
14	-1	-1	1	-1	-2
15	-1	-1	-1	1	2
16	-1	-1	-1	-1	2



$$\langle A_1 B_1 + A_2 B_1 - A_1 B_2 + A_2 B_2 \rangle$$

を測定しているのではなく  
あくまでも

$$\langle A_1 B_1 \rangle + \langle A_2 B_1 \rangle - \langle A_1 B_2 \rangle + \langle A_2 B_2 \rangle$$

量子力学的な感覚で言えば、  
「A1、B1を測定したときに、A2、B2の値が決まってる」  
なんてことはないだろう。

Aでの測定軸のとり方で、B地点での状態が変わる。

$$\begin{aligned} |\Phi\rangle &\propto |z+\rangle_1 |z-\rangle_2 - |z-\rangle_1 |z+\rangle_2 \\ &\propto |x+\rangle_1 |x-\rangle_2 - |x-\rangle_1 |x+\rangle_2 \end{aligned}$$

A地点でz軸方向を測定 +1なら B地点では  $|z-\rangle$   
-1なら B地点では  $|z+\rangle$

A地点でx軸方向を測定 +1なら B地点では  $|x-\rangle$   
-1なら B地点では  $|x+\rangle$

A地点での測定でB地点での電子2の状態が変化する。

量子論の通常解釈 A地点での観測はローカルな測定ではなく、「2電子系」の状態の測定と考えている。

## Bell-CHSH不等式

$$\langle A_i B_j \rangle$$

$$= \sum_{\lambda} A_i(\lambda) B_j(\lambda) \rho(\lambda)$$

$\rho(\lambda)$ :  $\lambda$  になる頻度。i、jのとり方とは無関係

量子論では(構造が違うので単純比較は不可。強いて言えば)

A地点で軸を決めて測定すると、B地点での測定結果に影響がある。その事を考慮すると、あたかも $\rho(\lambda)$ が、測定軸によって変わるようになる。

$$\langle A_i B_j \rangle$$

$$= \sum_{\lambda} A_i(\lambda) B_j(\lambda) \rho_{i,j}(\lambda)$$

$\rho_{i,j}(\lambda)$ :  $\lambda$  になる頻度。

i、jのとり方に依存

(測定軸ごとに $\rho(\lambda)$ が変わる)

- 実験ではベル不等式は（やはり）破れていた。（1980頃）  
エンタングルメント状態が本質的。
- エンタングルメントは「多粒子系の状態ベクトルが、部分系の直積で書けず、分離不能状態であること」
- エンタングルメントは量子世界ではありふれた存在  
ヘリウム原子の2電子……
- 多粒子を遠隔に置くと、奇妙さが際立つ
- ベル不等式の破れ（←エンタングルメント）  
⇒ 自然観への衝撃は大きかった。（予想されたこととはいえ）

- ベル不等式の破れから量子論に加えるものは何もなかった。  
しかし、エンタングルメント状態の応用など、新たなアイデアへの刺激と源泉になった。

量子テレポーテーション、・・・

(エンタングルメントを使って状態を遠隔転写)

- 「観測による状態の収縮」は作業仮説としては問題ないが、「観測者 + 観測対象」の全体に量子力学を適用して状態の収縮過程が理解できるか？？
- そんな「観測問題」は長らく未解決問題。量子論の「解釈」に関しては様々な理論がある（多世界解釈・、ドブroyイ・ボーム解釈・・）。しかし、実験で決着をつける形に至っておらず、世界観の問題であって、言い方が違うだけで同等？？（清水）。

- 量子論の世界に慣れてしまうと、「実在性」のセンスで物を見ることはなくなる。ヤングの干渉実験でも、「実在性」を仮定すると説明できない。
- 従って、ベル不等式を導く「局所実在性」の仮定に違和感を感じる。
- 量子論は不思議だと思う。しかし、逆に「古典世界は何故このような世界なのか」と逆の印象を持つこともある。
- 量子論はまだまだ汲みつくせない驚きの源泉
- 物理屋でも量子論への見解は100人100様である。量子論は「現象論だ」という人もいる。

- 量子2.0の世界では、今後多くのアイデアや技術的な進歩があるだろう。
- 原理的な発見とそれに連動した技術開発。
- マイクロとマクロの接点で、まだまだ新発見があると予想。  
⇒ 量子3.0へ？
- ペンローズの見解  
ベル不等式の破れ・EPR（Zミステリー）・・・慣れることできる  
シュレディンガーの猫（Xミステリー）・・・深刻なミステリー  
深い理論では消える？
- 触れなかったこと  
量子情報での必須アイテム・・・「密度行列」  
観測問題にも関係 ⇔ 密度行列の非一意性

2024.4.14

本日も感謝

