

# 1 Karkeistuksesta

Karkeistuksella tarkoitetaan ajan tai paikan tai ylipäättään joidenkin fysikaalisten vapausasteiden yli tapahtuvaa integrointia ("keskiarvottamista" - kyseessä ei välttämättä kuitenkaan ole yksinkertaisen lineaarisen keskiarvon ottaminen; karkeistus riippuu integrointimitasta).

On matemaattinen tosiseikka, että karkeistetut luonnonlait ovat laadullisesti erilaisia kuin alemman, karkeistamattoman tason luonnonlait jos vain jälkimmäiset ovat epälineaarisia, kuten fysiikassa on tyypillistä. Yksinkertainen esimerkki: olkoon  $q$  jokin vapausaste, jonka liikeyhtälö ("luonnonlaki") kuuluu

$$\frac{dq}{dt} = Aq + Bq^2 + \dots \quad (1)$$

missä  $A$ ,  $B$  ovat joitakin kertoimia. Oletetaan että karkeistettu vapausaste on  $q$ :n keskiarvo tietyssä pienessä avaruustilavuudessa  $V_0$ :

$$\bar{q} \equiv \langle q \rangle = \int_{V_0} dV q . \quad (2)$$

Tällöin liikeyhtälöstä saadaan

$$\left\langle \frac{dq}{dt} \right\rangle = \langle Aq + Bq^2 + \dots \rangle \quad (3)$$

eli

$$\frac{d\bar{q}}{dt} = A\bar{q} + B\langle q^2 \rangle + \dots , \quad (4)$$

missä oleellista on että  $\langle q^2 \rangle \neq \bar{q}^2$ .

Kvanttikentäteoriassa keskeinen käsite on partitiofunktio  $Z$ , jonka avulla kaikki korrelaattorit (=fysiikka) voidaan laskea. Vapausasteiden lukumäärä on ääretön ( $q = q(x, t)$  on kenttä), ja niitä kuvaa joukko  $\{q\}$  (kentän arvot jokaisessa avaruus-aika-pisteessä). Partitiofunktio on ( $\hbar = 1$ )

$$Z[q] = \int \mathcal{D}q e^{iS[q]} , \quad (5)$$

missä integrointi on yli kaikkien vapausasteiden.  $S[q]$  on aktio, joka on funktionaali vapausasteista. Voimme triviaalisti jakaa vapausasteet kahteen joukkoon  $\{q\} = \{q_A\} + \{q_B\}$  ja integroida formaalisti esim. joukon  $\{q_B\}$  yli, jolloin

$$Z_{\text{eff}}[q_A] = \int \mathcal{D}q_A \mathcal{D}q_B e^{iS[q_A, q_B]} = \int \mathcal{D}q_A e^{iS_{\text{eff}}[q_A]} , \quad (6)$$

jossa  $S_{\text{eff}}$  on efektiivinen aktio karkeistetuille vapausasteille  $q_A$ . Koska  $S_{\text{eff}} \neq S$ , karkeistetut "luonnonlait" ovat tyystin erilaiset kuin karkeistamattomat.