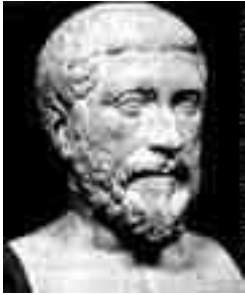


Le Théorème de Pythagore

E.Suquet, esuquet@automaths.com



Pythagore était un philosophe et mathématicien grec du début du VI^{ème} siècle avant JC. Il ne nous reste aucun écrit de lui. On ne le connaît donc qu'à travers les récits des autres.

Le théorème de Pythagore était connu 1500 ans plus tôt des Babyloniens mais Pythagore semble être le premier à en avoir apporter la preuve.

Ceci dit, le premier écrit où figure la démonstration date d'environ -350 avant JC et a été rédigé par un autre célèbre mathématicien grec Euclide.

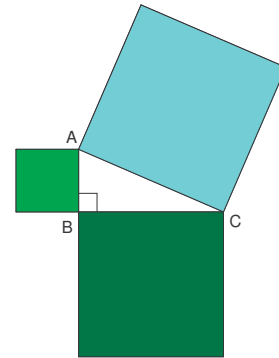
I Le théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux cotés formant l'angle droit.

Si ABC est un triangle rectangle en B alors $AC^2 = AB^2 + BC^2$

Interprétation géométrique :

L'aire du plus grand carré est égale à la somme des aires de deux autres carrés.



II La réciproque du théorème de Pythagore

Qu'est ce que la réciproque d'un théorème ?

Imaginons que l'on dispose du théorème suivant : « Si on a 'A' alors on obtient 'B' »

La réciproque de ce théorème serait : Si on a 'B' alors on obtient 'A' »

Attention !!! On ne parle de réciproque d'un théorème que dans le cas où celle-ci est vraie, ce qui n'est pas toujours le cas.

La réciproque du théorème de Pythagore est :

Si dans un triangle le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors le triangle est rectangle.

Si dans un triangle ABC on a $AC^2 = AB^2 + BC^2$ alors ABC est un triangle rectangle en B.

Qu'est ce que la contraposée d'un théorème ?

Imaginons que l'on dispose du théorème suivant : « Si on a 'A' alors on obtient 'B' »

La contraposée de ce théorème est : Si on n'a pas 'B' alors on n'obtient pas 'A' »

Contrairement à la réciproque d'un théorème, la contraposée d'un théorème est toujours vraie.

La contraposée du théorème de Pythagore est donc :

Si dans un triangle le carré de la longueur du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors le triangle n'est pas rectangle.

III Exercices commentés

Dans un triangle rectangle ABC en A, on a $AB = 3$, $BC = 6$. Quelle est la longueur de AC à 0,1 près ?

N'oubliez pas de citer le nom du théorème que vous utilisez.

On sait que ABC est un triangle rectangle,

Il faut préciser que le triangle est rectangle. C'est la condition indispensable pour utiliser le théorème de Pythagore

D'après le théorème de Pythagore,

$$\text{on a } BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Ecrivez d'abord la relation en toutes lettres.

$$6^2 = 3^2 + AC^2$$

$$36 = 9 + AC^2$$

$$27 = AC^2$$

Lorsque vous effectuez une approximation, vous devez toujours préciser l'erreur commise.

$$\sqrt{27} = AC$$

$$AC = 5,19 \text{ à } 0,01 \text{ près}$$

Lorsque l'on vous pose une question, terminez votre résolution par une phrase de conclusion

AC mesure donc 5,19 à 0,01 près.

ABC est un triangle tel que $AB = 4$, $BC = 3$ et $AC = 5$. Est-il rectangle ?

Comparons AC^2 et $AB^2 + BC^2$

$$AC^2 = 5^2 = 25$$

$$AB^2 + BC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

Faites bien attention à calculer séparément AC^2 et $AB^2 + BC^2$

Condition nécessaire et suffisante pour utiliser la réciproque théorème de Pythagore

On constate que $AC^2 = AB^2 + BC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore

ABC est un triangle rectangle en B

N'oubliez pas de souligner le résultat.

DEF est un triangle tel que $DE = 4$, $EF = 6$ et $DF = 8$. Est-il rectangle ?

Comparons DF^2 et $DE^2 + EF^2$

$$DF^2 = 8^2 = 64$$

$$DE^2 + EF^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

On constate que $DF^2 \neq DE^2 + EF^2$

D'après la contraposée du théorème de Pythagore,

le triangle DEF n'est donc pas rectangle

Attention !!!
Malgré un début de rédaction identique à l'exemple précédent on n'utilise pas ici la réciproque du théorème de Pythagore